Korrigiertes Beispiel aus Götz/Eulitz: Betriebsfestigkeit, Springer Vieweg, 2020

Beispiel

Für ein Bauteil soll die Dauerfestigkeit mit einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 0{,}5$ % bei 90 %-iger Vertrauenswahrscheinlichkeit ermittelt werden. Dazu stehen 18 Prüflinge zur Verfügung, die im Treppenstufenversuch getestet werden. Eine rechnerische Vorabschätzung ergibt für die Dauerfestigkeit eine Nennspannungsamplitude von ca. 124 MPa. Zur Festlegung des Stufenabstands wird die Standardabweichung als 3 % der Dauerfestigkeit geschätzt.

Lösung unter Annahme der Normalverteilung

Aus Tabelle 10.1 folgt für 18 geplante Versuche $s/d = 0{,}7$. Mit der geschätzten Standardabweichung $0{,}03 \cdot 124$ MPa resultiert daraus der Stufenabstand $d = 5{,}3$ MPa. Mit dem ersten Versuch eine Stufe oberhalb der geschätzten Dauerfestigkeit beginnend zeigt sich folgendes Ergebnis:

i	S_a/MPa	● Bruch ○ Durchläufer ⊗ fiktiver Versuch	f_i	$i \cdot f_i$	$i^2 \cdot f_i$
4	130,3	⊗			
3	125,0	● ● ●	3	9	27
2	119,7	● ○ ● ○ ● ●	6	12	24
1	114,4	○ ● ○ ● ○ ●	6	6	6
0	109,1	○ ○ ⊗	2+1	0	0
			F = 18	A = 27	B = 57

Da der erste Versuch als Anschnitt nicht ausgewertet werden kann, verbleiben noch $n = 17$ gültige Versuche, die zusammen mit dem auf der untersten Stufe liegenden fiktiven Versuch wieder $n + 1 = 18$ Versuche ergeben. Die Berechnung erfolgt mit den in der Tabelle bereits berechneten Hilfsgrößen F, A und B und führt auf folgende Ergebnisse.

- mittlerer Wert der Dauerfestigkeit nach Gleichung (10.16):

  $S_{D,50\%} = \bar{x} = 109{,}1 \text{ MPa} + 5{,}3 \text{ MPa} \cdot (27/18) = 117{,}1 \text{ MPa}$
- Varianzkenngröße nach Gleichung (10.17):
  $k = 0{,}917$
- Standardabweichung s für $n + 1 = 18$ nach Abbildung 10.7 aus $s/d = 1{,}7$:
  $s = 9{,}01$ MPa
- Dauerfestigkeit für $P_A = 0{,}5$ % mit 50% Vertrauenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (4.19) mit Quantil für Ausfallwahrscheinlichkeit $u_{P_A} = -2{,}576$:
  $S_{D,0,5\%} = S_{D,50\%} - 2{,}576 \cdot 9{,}01 \text{ MPa} = 93{,}8 \text{ MPa}$
- Hilfsgrößen zur Berechnung der Standardfehler aus Abbildungen 10.8 und 10.9:

$C_m = 0{,}29$
$C_s = 3{,}1$

- Die Standardfehler nach Gleichungen (10.18) und (10.20):
  $s_m = 2{,}61$
  $s_s = 16{,}43$
- Quantil für 90 %-ige Vertrauenswahrscheinlichkeit:
  $u_{1-\alpha} = u_{0,9} = 1{,}282$
- Dauerfestigkeit mit Konfidenz nach Gleichung (10.22):
  $\underline{S_{D,0,5\%} \geq 39{,}5 \text{ MPa.}}$

Dieser Wert ist sehr klein im Vergleich zur Angabe ohne Konfidenz und führt wahrscheinlich zur Überdimensionierung des Bauteils. Einen engeren Vertrauensbereich und damit eine höhere untere Schranke der Dauerfestigkeit lässt sich nur durch eine höhere Anzahl an Versuchen erreichen. Alternativ können abgesicherte Werte der Standardabweichung ähnlicher Bauteile verwendet werden. Sind solche Werte bekannt, genügt es, im Treppenstufenversuch den Mittelwert mit Konfidenz zu ermitteln.

Lösung unter Annahme der log-Normalverteilung
In diesem Fall liegen die Stufen um den konstanten Faktor d auseinander. Es wurde $d = (125 + 5{,}3)/125 = 1{,}042$ verwendet, um vergleichbare Stufen wie im vorherigen Fall zu erreichen und die Ergebnisse vergleichen zu können. Es wird angenommen, dass sich genau der gleiche Versuchsablauf wie zuvor und damit auch dieselben Hilfsgrößen F, A und B ergeben.

i	S_a/MPa	● Bruch ○ Durchläufer ⊗ fiktiver Versuch	f_i	$i \cdot f_i$	$i^2 \cdot f_i$
4	130,3	⊗			
3	125,0	● ● ●	3	9	27
2	119,9	● ○ ● ○ ● ●	6	12	24
1	115,0	○ ● ○ ● ○ ●	6	6	6
0	110,4	○ ○ ⊗	2+1	0	0
			F = 18	A = 27	B = 57

Die Berechnung verläuft wie folgt:

- Mittlerer Wert nach Gleichung (10.16) unter Beachtung, dass für $\bar{x}$ und x_0 die logarithmierten Spannungen einzusetzen sind:
  $$\bar{x} = x_0 + \lg(d) \cdot \frac{A}{F} = 2{,}070$$

$S_{D,50\%} = 10^{\bar{x}} = 117{,}45$ MPa

- Varianzkenngröße:
  $k = 0{,}917$
- Standardabweichung aus Abbildung 10.7
  $s_{lg} = 0{,}0307$
- Dauerfestigkeit für $P_A = 0{,}5$ % ohne Vertrauenswahrscheinlichkeit nach Gleichung (4.19):
  $x_{0,5\%} = \bar{x} - 2{,}576 \cdot s_{lg} = 1{,}991$
  $S_{D,0,5\%} = 10^{x_{0,5\%}} = 97{,}9$ MPa
- Hilfsgrößen sind im Vergleich zur Auswertung mit Normalverteilung unverändert, da s/d und $s_{lg}/\lg(d)$ identisch:
  $C_m = 0{,}29$
  $C_s = 3{,}1$
- Standardfehler:
  $\lg s_m = C_m \cdot s_{lg} = 0{,}0089$
  $\lg s_s = C_s \cdot \lg(d) = 0{,}0559$
- Dauerfestigkeit für gesuchte Ausfallwahrscheinlichkeit und Konfidenz entsprechend Gleichung (10.22)
  $x(P_A) = \bar{x} + u_{P_A} \cdot s_{lg} - u_{(1-\alpha)} \cdot \sqrt{(\lg s_m)^2 + (u_{P_A} \cdot \lg s_s)^2} = 1{,}81$
  $\underline{S_{D,0,5\%} \geq 64{,}0 \text{ MPa.}}$

Mit beiden Verteilungen werden demnach die 50 %-Werte und Standardabweichungen vergleichbar geschätzt. Auch die Dauerfestigkeit für $P_A = 0{,}5$ % ohne Konfidenz unterscheidet sich nur geringfügig. Ein großer Unterschied tritt erst durch die Berücksichtigung der Vertrauenswahrscheinlichkeit auf.

□