Aufgaben zur Technischen Mechanik

Prof. Dr.-Ing. Sebastian Götz

HTW Berlin, Fachbereich 2

Stand 24. März 2023

Vorwort

Die vorliegende Aufgabensammlung enthält Aufgaben zu den drei Modulen der Technischen Mechanik: Statik, Festigkeitslehre und Kinetik, wie sie an der HTW Berlin im Bachelorstudiengang Maschinenbau mit jeweils 4 SWS pro Semester gelehrt werden.

Die Methoden der Technischen Mechanik sind wesentliche Werkzeuge, die Ingenieure und solche, die es werden wollen, befähigen, technische Probleme systematisch zu analysieren und zu lösen. Dies zu erlernen nimmt in den ersten Semestern des Maschinenbaustudiums nicht unerheblich viel Zeit in Anspruch. Damit das nicht zu abstrakt bleibt – das vielzitierte Rechnen als reinen Selbstzweck – habe ich bei der Auswahl der Aufgaben darauf geachtet, möglichst oft einen direkten Praxisbezug herzustellen und sinnvolle Zahlenwerte zu verwenden. Außerdem habe ich versucht, einen gesunden Mittelweg beim Schwierigkeitsgrad zu finden. Die Aufgaben sollen zwar herausfordernd sein (das bedingt schon der erwähnte Praxisbezug), jedoch darf die eigentliche Mechanik nicht hinter zu viel Mathematik verborgen bleiben. So genügt es beispielsweise zum Verständnis vollends, nur 1-fach statisch unbestimmte Systeme anstatt solche mit höherer statischer Unbestimmtheit zu berechnen.

Am Anfang jedes neuen Abschnitts stehen einfachere Aufgaben zum *Reinkommen.* Im weiteren Verlauf nimmt dann der Anspruch zu. Die Ergebnisse zu allen Aufgaben sind in Anhang A aufgelistet. Als Ingenieur sollte man seine Ergebnisse jederzeit sinnvoll gerundet angeben, insbesondere da die Höhe der Belastung meist gar nicht so genau bekannt ist wie bei akademischen Übungsaufgaben. Die Ergebnisse im Anhang sind allerdings im Zweifel eher auf eine Stelle hinter dem Komma zu viel angegeben, sodass auch Fehler mit vermeintlich kleiner Auswirkung besser erkannt werden können. Alle Lösungen sind ohne Rundung der Zwischenergebnisse ermittelt worden. Im Idealfall sollten Sie also exakt auf dieselben Werte kommen.

Ich beanspruche keine Urheberschaft an den Aufgaben. Ein Teil der Aufgaben wurde von mir selbst konzipiert, zum Teil sind es alte Klausuraufgaben und teilweise habe ich Aufgaben von meinem geschätzten Vorgänger, Herrn Prof. Dieter Joensson, übernommen. Die Grundidee vieler Aufgabentypen stammt jedoch aus dem reichhaltigen Fundus der Mechanikausbildung an der TU Dresden, wo wir beide unsere akademischen Wurzeln haben. Etliche Aufgabenstellungen sind aber einfach *Klassiker*, die sich ins kollektive Gedächtnis zahlreicher Generationen von Maschinenbaustudenten eingebrannt haben. Ihr Ursprung lässt sich heute kaum mehr zweifelsfrei zurückverfolgen. Das bedeutet jedoch nicht, dass diese Aufgaben an Relevanz eingebüßt oder nur noch historischen Wert hätten. Ganz im Gegenteil: Sie haben sich didaktisch bewährt, um die Grundprinzipien und Lösungsstrategien der Technischen Mechanik zu verstehen. Ihre selbstständige Lösung befähigt dazu, neue Problemstellungen zu analysieren und zu lösen.

Damit sind wir beim entscheidenden Punkt für das Studium der Technischen Mechanik angelangt: dem *selbständigen* Lösen von Übungsaufgaben. Der Ruf, der diesem Fach bisweilen voraus- und nacheilt, liegt sicherlich zu einem großen Teil darin begründet, dass Auswendiglernen hier absolut nicht weiterhilft. Letztendlich muss man, eine gute Formelsammlung vorausgesetzt, fast gar nichts auswendig wissen, sofern die grundlegenden Prinzipien einmal verstanden wurden. Und zum wirklichen Verständnis führt – Genies einmal ausgenommen – allein das selbständige Bearbeiten von Übungsaufgaben. Je mehr, desto besser.

Zu Beginn eines neuen Themas ist es zunächst hilfreich, Beispiele aus der Vorlesung oder aus Fachbüchern[1] nachzuvollziehen. Danach ist allerdings eigene Hingabe gefordert. Das kostet Zeit, Anstrengung und führt mitunter zu Frust, wenn man anfangs nicht gleich auf die korrekte Lösung kommt. Doch erst so lässt sich feststellen, ob die als verstanden geglaubten Zusammenhänge aus der Vorlesung tatsächlich in ihrer Tiefe und Konsequenz erfasst wurden. Kurzum, man muss an manchen Stellen erst einmal hängenbleiben, bevor sich Erkenntnis einstellt. Denn dazu sind Übungsaufgaben schließlich da. Falsche Ergebnisse kosten hier weder Geld noch gefährden sie Menschenleben, ganz im Gegensatz zum späteren Berufsleben.

Aber machen wir uns nichts vor. Natürlich sind die fertigen Lösungswege der Aufgaben über Kontakte in höhere Fachsemester leicht zu organisieren. Das ist zwar kommod, jedoch führt das stumpfe Nachvollziehen von Lösungen frei nach dem Motto »Ja, das hätte ich wohl auch so gemacht« nicht zu dem Verständnis, das zum Lösen einer neuen, noch unbekannten Aufgabenstellung vonnöten ist. Es ist insofern eine gewisse charakterliche Standfestigkeit erforderlich, sich einer Aufgabe zu stellen und diese zunächst alleine anzugehen. Die Genugtuung, ein Problem selbst gelöst zu haben, ist dafür umso größer. Gleiches gilt für Übungen und Tutorien. Bitten Sie erst um Unterstützung, nachdem Sie selbst nachgedacht haben und wirklich nicht weiterkommen. Studieren bedeutet schließlich in erster Linie *sich* bemühen und nicht *andere* zu bemühen. Oder noch etwas salopper formuliert: Studium besteht nur zu 10 % aus Inspiration, jedoch zu 90 % aus Transpiration.

Zuletzt möchte ich Ihnen noch einige wichtige Hinweise zum Lösen der Aufgaben ans Herz legen:

- Auch wenn Sie einmal keinen Zugang zu einer Aufgabe finden sollten, können Sie immer freischneiden, die Schnittreaktionen antragen und die Gleichgewichtsbilanzen formulieren. Meistens erschließt sich der weitere Lösungsweg von ganz allein.
- Schreiben Sie am besten mit einem Bleistift. Das ermöglicht Ihnen durch Radieren schnelle Korrekturen bei Rechenfehlern oder in Skizzen. Beides ist erfahrungsgemäß bei nahezu jeder Aufgabe erforderlich.
- Überhaupt Skizzen... Ihre Bedeutung kann gar nicht überschätzt werden. Zeichnen Sie sie lieber zu groß als zu klein, damit Formelzeichen und Maße auch im Nachhinein noch ergänzt werden können.

[1] Eine umfangreiche, aber keinesfalls Vollständigkeit beanspruchende, Übersicht der zahlreichen Fachbücher zur Technischen Mechanik, ist, in subjektiver Reihenfolge, in Anhang B zu finden.

- Verwenden Sie für jede Aufgabe ein neues, weißes Blatt. Es hilft sich auf das Wesentliche – die eignen Rechenschritte und Skizzen – zu fokussieren und lenkt nicht unnötig ab.
- Rechnen Sie bitte bis zum Ende mit Variablen. Das verhindert einerseits Rundungsfehler bei Zwischenergebnissen und andererseits lassen sich so Fehler in vorangegangenen Aufgabenteilen schneller finden und korrigieren, was nicht nur für etwaige Folgefehler in der Klausur relevant ist.

Diese Aufgabensammlung habe ich sorgfältig erstellt. Dennoch können Fehler nicht ausgeschlossen werden und die Lösungen sind ohne Gewähr. Ich nehme Hinweise, die zur Korrektur oder Verbesserung dienen, sehr gerne unter `Sebastian.Goetz@HTW-Berlin.de` entgegen.

Sebastian Götz

Inhaltsverzeichnis

1 Statik (TM1)

1.1 Zentrale Kraftsysteme

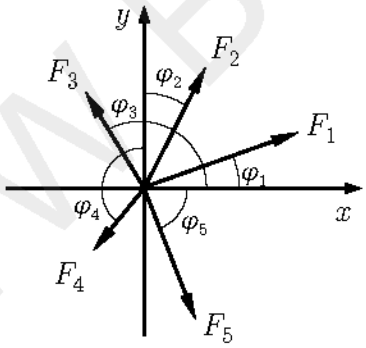
Aufgabe 1.1.1

An einem Punkt greifen 5 Kräfte in der Ebene an.

Gesucht:

Betrag und Richtung der resultierenden Kraft

Zahlenwerte: $F_1 = 213$ N, $\varphi_1 = 20°$,
$F_2 = 174$ N, $\varphi_2 = 27°$,
$F_3 = 151$ N, $\varphi_3 = 149°$,
$F_4 = 106$ N, $\varphi_4 = 141°$,
$F_5 = 188$ N, $\varphi_5 = 68°$



Lösung

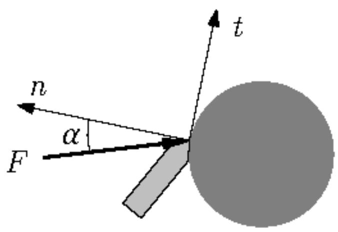
Aufgabe 1.1.2

Der Meißel einer Drehmaschine wirkt mit der Kraft F auf das Werkstück.

Gesucht:

Zerlegung der Kraft in die Komponenten n-normal und t-tangential zum Werkstück

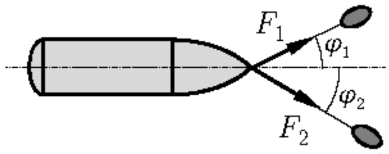
Zahlenwerte: $F = 380$ N, $\alpha = 18°$



Lösung

Aufgabe 1.1.3

Ein Containerschiff wird von zwei Schleppern in einen Hafen gezogen. Dabei soll das Containerschiff geradeaus entlang der eingezeichneten Wirkungslinie gezogen werden.



Gesucht:

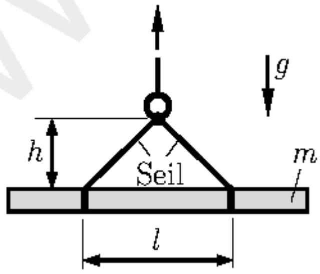
1. Erforderlicher Winkel φ_1
2. Betrag der resultierenden Kraft

Zahlenwerte: $F_1 = 0{,}8$ MN, $F_2 = 0{,}5$ MN, $\varphi_2 = 35°$

Lösung

Aufgabe 1.1.4

Auf einer Bautstelle soll ein Stahlträger der Masse m von einem Kran gehoben werden. Das Seil ist symmetrisch am Träger befestigt, so dass dieser waagerecht gehalten wird.



Gesucht:

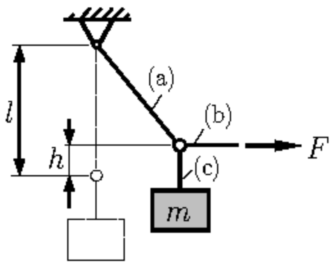
Seilkraft F_S

Zahlenwerte: $m = 450$ kg, $l = 2{,}5$ m, $h = 1{,}5$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 1.1.5

Eine Kiste der Masse m wird mit den Stricken (a), (b) und (c) durch die Kraft F angehoben. Die maximal ertragbare Zugkraft der Stricke beträgt S_{max}.



Gesucht:

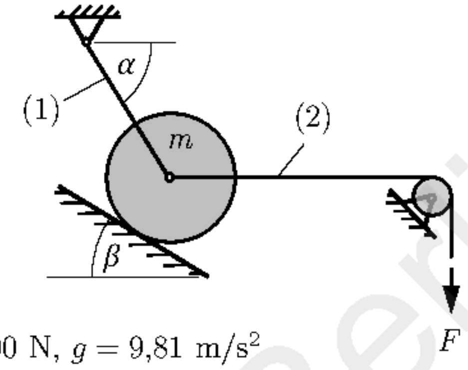
1. Höhe h_1, auf die die Kiste mit der Kraft F_1 gehoben werden kann
2. Maximal erreichbare Höhe h_{max} bis der Strick (a) reist
3. Erforderliche Kraft F_{max}, um h_{max} (aus 2.) zu erreichen

Zahlenwerte: $m = 50$ kg, $l = 0{,}8$ m, $F_1 = 300$ N, $S_{max} = 1{,}2$ kN, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 1.1.6

Ein Zylinder der Masse m wird durch ein Seil (1) auf einer geneigten Ebene gehalten. Am Seil (2), das über eine Rolle reibungsfrei umgelenkt wird, greift die Kraft F an.



Gesucht:

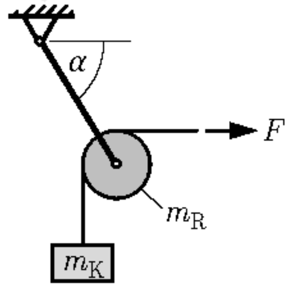
1. Kraft in Seil (1)
2. Erforderliche Kraft $\tilde{F}$, damit der Zylinder abhebt

Zahlenwerte: $m = 60$ kg, $\alpha = 60°$, $\beta = 35°$, $F = 200$ N, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 1.1.7

Ein Körper der Masse m_K wird über ein an einer Rolle umgelenktes Seil gehalten. Die Rolle ist wiederum reibungsfrei drehbar an einer Pendelstange befestigt.



Gesucht:

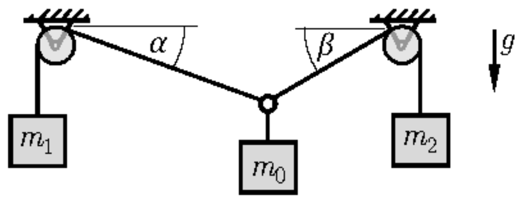
Winkel α bei dem sich Geichgewicht einstellt.

Zahlenwerte: $m_R = 5$ kg, $m_K = 11$ kg

Lösung

Aufgabe 1.1.8

Ein Seil wird reibungsfrei über zwei Rollen geführt. An dessen Enden hängen die Massen m_1 und m_2. Zwischen den Rollen hängt die Masse m_0. Das System befindet sich im statischen Gleichgewicht.



Gesucht:

1. Winkel α und β, analytisch
2. Numerische Lösung

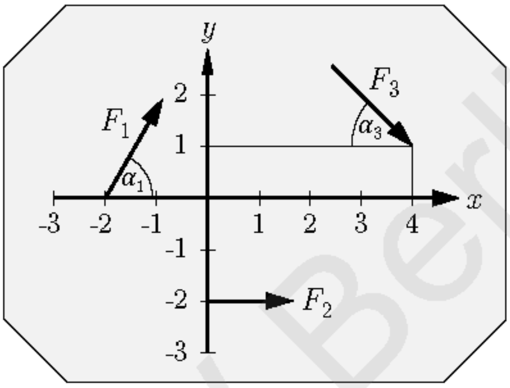
Zahlenwerte: $m_0 = 35$ kg, $m_1 = 20$ kg, $m_2 = 30$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

1.2 Kräfte und Momente in der Ebene

Aufgabe 1.2.1

Auf eine starre Scheibe wirken 3 Kräfte.
Die Maße der Skizze sind in m angegeben.



Gesucht:

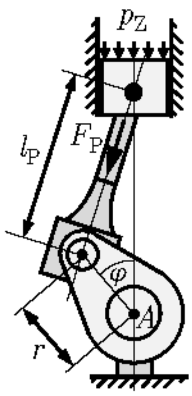
1. Betrag F_R der resultierenden Kraft
2. Winkel α_R der resultierenden Kraft
3. Betrag des resultierenden Moments $M_{R,0}$ um den Koordinatenursprung
4. Gleichung der Wirkungslinie der resultierenden Kraft
5. Skizze mit Wirkungslinie

Zahlenwerte: $F_1 = 2000$ N, $\alpha_1 = 60°$, $F_2 = 1500$ N, $\alpha_2 = 0°$,
$F_3 = 2000$ N, $\alpha_3 = 45°$

Lösung

Aufgabe 1.2.2

In einem 4-Zylinder-Verbrennungsmotor wirkt in der gezeigten Kurbelstellung (Kurbelwinkel φ) der Verbrennungsdruck von p_Z auf den Kolben (Kolbendruchmesser d_K).



Gesucht:

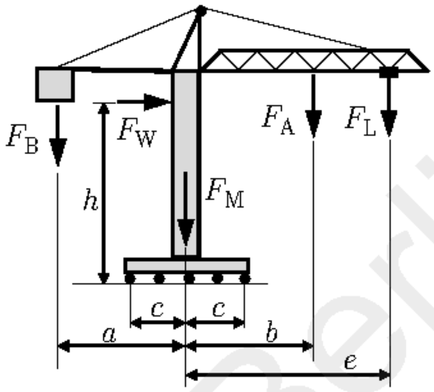
1. Pleuelkraft F_P
2. Moment auf Kurbelwelle M_A

Zahlenwerte: $p_Z = 50$ bar, $d_K = 80$ mm,
Kurbelradius $r = 48$ mm,
Pleuellänge $l_P = 144$ mm,
$\varphi = 30°$

Lösung

Aufgabe 1.2.3

Ein Baukran besteht grob aus den 3 Teilen: dem Mast mit Fußgewicht (Gewichtskraft F_M), dem Ausleger (Gewichtskraft F_A) und dem Gegenausleger mit Ballast (Gewichtskraft F_B). Neben der Last F_L, die der Kran hebt, ist noch die resultierende Windkraft F_W zu berücksichtigen. Die Standsicherheit bei Kranen S_S ist definiert als das Verhältnis von Standmoment M_S (Moment der Kräfte, die dem Kippen um den Kipppunkt entgegenwirken) und Kippmoment M_K (Moment der Kräfte, die Kippen um den Kipppunkt bewirken).



Gesucht:

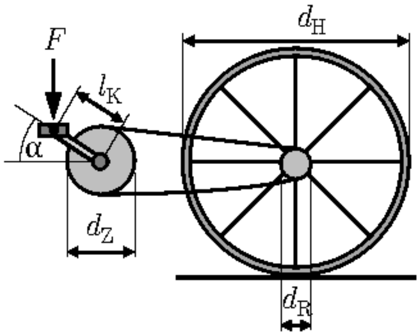
1. Standsicherheit S_S
2. Maximale Position e_max der Last F_L für die geforderte Standsicherheit von $S_\mathrm{S,erf}$

Zahlenwerte: $F_\mathrm{B} = 30$ kN, $F_\mathrm{W} = 2{,}8$ kN, $F_\mathrm{M} = 50$ kN, $F_\mathrm{A} = 8$ kN, $F_\mathrm{L} = 5{,}5$ kN, $a = 3{,}8$ m, $b = 8$ m, $c = 1{,}5$ m, $e = 16{,}5$ m, $h = 10$ m, $S_\mathrm{S,erf} = 2{,}4$

Lösung

Aufgabe 1.2.4

An der Tretkurbel (Länge l_K) eines Fahrrads wirkt die Kraft F in vertikaler Richtung. Der Zahnkranz und Ritzel haben die Durchmesser d_Z bzw. d_R und das Hinterrad hat den Durchmesser d_H.



Gesucht:

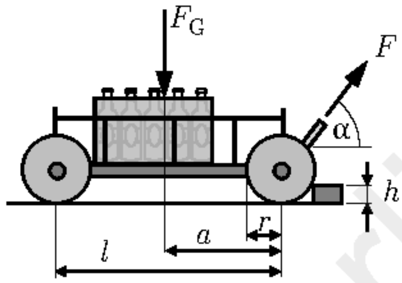
1. Moment auf die Tretkurbelwelle M_T
2. Kettenkraft F_K
3. Moment auf die Ritzelwelle M_R
4. Vortriebskraft F_V des Hinterrads auf die Straße

Zahlenwerte: $F = 500$ N, $\alpha = 40°$, $l_\mathrm{K} = 180$ mm, $d_\mathrm{Z} = 150$ mm, $d_\mathrm{R} = 72$ mm, $d_\mathrm{H} = 730$ mm

Lösung

Aufgabe 1.2.5

Bei einem Himmelfahrtsausflug soll ein mit einem Getränkekasten beladener Bollerwagen (Radabstand l, Raddurchmesser $2r$) über eine Bordsteinkante der Höhe h gezogen werden. Die resultierende Gewichtskraft von Bollerwagen und Kasten ist F_G.



1. Erforderliche Zugkraft F bei einem Deichselwinkel α
2. Deichselwinkel α', bei dem die Zugkraft minimal wird

Zahlenwerte: $F_G = 290$ N, $l = 800$ mm, $a = 500$ mm, $r = 60$ mm, $h = 45$ mm, $\alpha = 60°$

Lösung

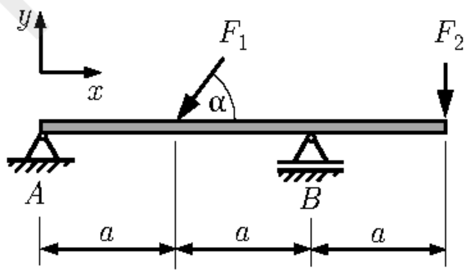
1.3 Ebene Tragwerke

Aufgabe 1.3.1

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F_1 = 2000$ N, $F_2 = 1000$ N, $a = 1$ m, $\alpha = 60°$

Lösung

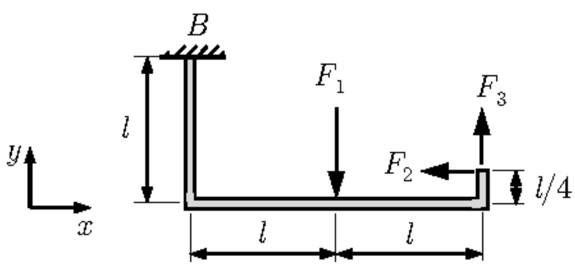


Aufgabe 1.3.2

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F_1 = 300$ N, $F_2 = F_3 = 100$ N, $l = 2$ m

Lösung

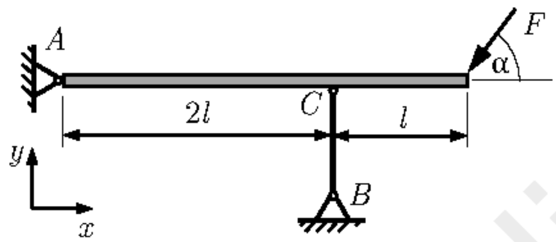


Aufgabe 1.3.3

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 30$ kN, $l = 1$ m, $\alpha = 60°$

Lösung

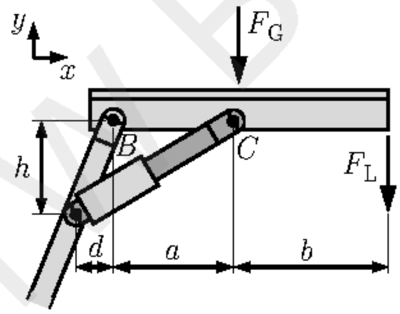


Aufgabe 1.3.4

Für eine Hebebühne sind die Lagerreaktionen in den Punkten B und C zu ermitteln.

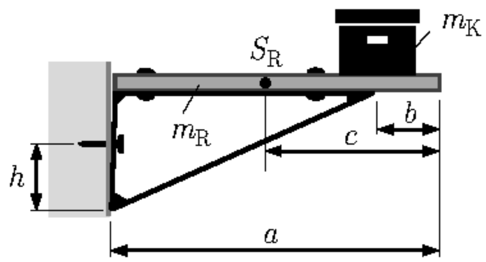
Zahlenwerte: $F_\mathrm{G} = 400$ N, $F_\mathrm{L} = 1500$ N,
$a = 0{,}8$ m, $b = 1{,}0$ m,
$d = 0{,}25$ m, $h = 0{,}6$ m

Lösung



Aufgabe 1.3.5

Ein provisorisches Regal besteht aus einem Brett und einem Winkel mit der Gesamtmasse m_R (Schwerpunkt S_R). Es ist wird von einer Schraube an der Wand gehalten und berührt die Wand (reibungsfrei) im Abstand h von der Schraube. Auf dem Regal steht eine Kiste der Masse m_K.



Gesucht:

1. An der Schraube wirkende Zugkraft $F_\mathrm{S,z}$ und Scherkraft $F_\mathrm{S,s}$
2. Normalkraft $F_\mathrm{N,W}$ zwischen Winkel und Wand im unteren Abstützpunkt

Zahlenwerte: $m_\mathrm{R} = 1{,}3$ kg, $m_\mathrm{K} = 12$ kg, $a = 50$ cm, $b = 8$ cm, $c = 28$ cm,
$h = 10$ cm, $g = 9{,}81$ m/s^2

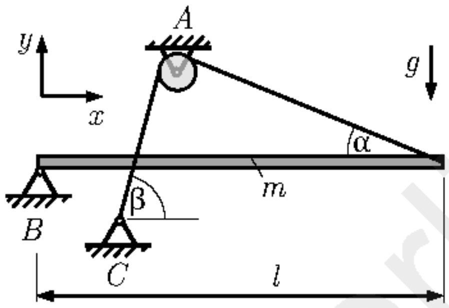
Lösung

Aufgabe 1.3.6

Ein homogener Stab der Masse m wird durch ein Seil gehalten, das in A reibungsfrei über eine Rolle geführt wird. Gesucht sind die Lagerreaktionen in A, B und C.

Zahlenwerte: $m = 100$ kg, $l = 10$ m, $\alpha = 18°$, $\beta = 80°$, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung



Aufgabe 1.3.7

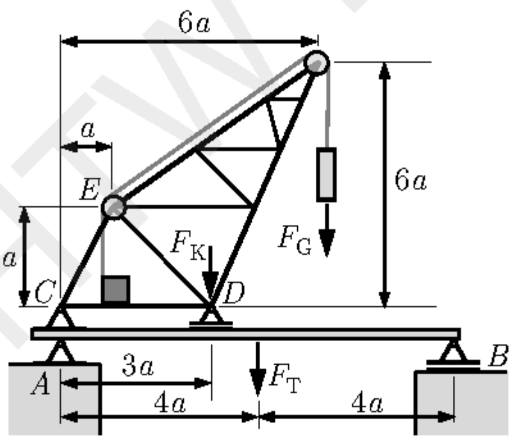
Ein Lastenkran ist auf einem Träger montiert. Die Last wird über ein Seil gehoben. Die Seilrollendurchmesser sind klein gegenüber der Länge a. Die Gewichtskräfte von Kran, Träger und Last sind mit F_K, F_T und F_G gegeben.

Gesucht:

1. Auflagerreaktionen bei A, B C und D
2. Achslast der unteren Seilrolle bei E

Gegeben: F_K, F_T, F_G, a

Lösung

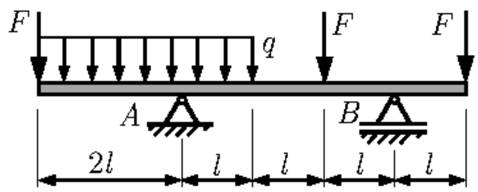


Aufgabe 1.3.8

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 1000$ N, $q = 1{,}25$ N/mm, $l = 0{,}8$ m

Lösung

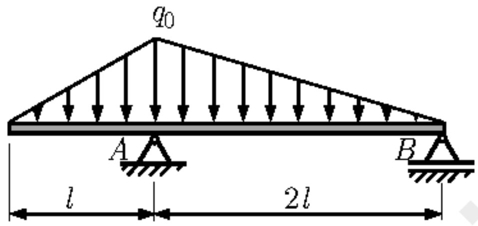


Aufgabe 1.3.9

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Zahlenwerte: $q_0 = 4$ N/cm, $l = 0{,}6$ m

Lösung

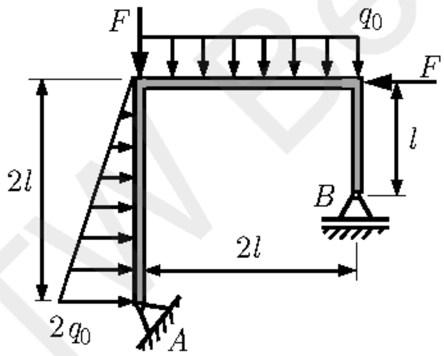


Aufgabe 1.3.10

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 200$ N, $q_0 = 0{,}3$ N/mm, $l = 45$ cm

Lösung

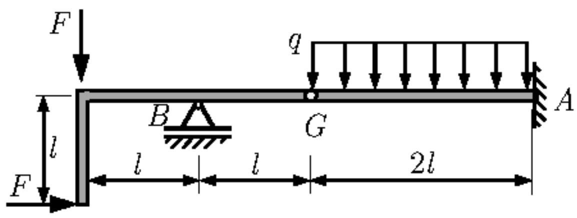


Aufgabe 1.3.11

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 400$ N, $q = 800$ N/m, $l = 0{,}85$ m

Lösung

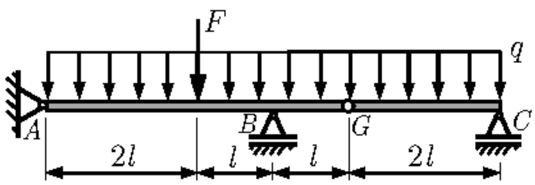


Aufgabe 1.3.12

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 2000$ N, $q = 1{,}0$ kN/m, $l = 10$ m

Lösung



Aufgabe 1.3.13

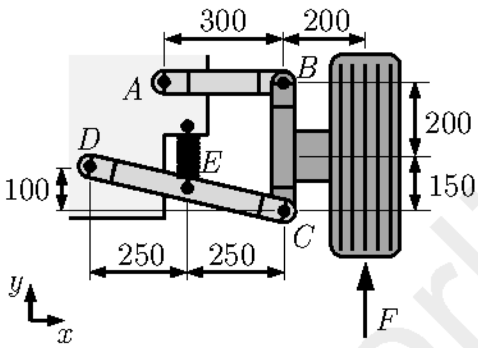
Die Einzelradaufhängung eines Kraftfahrzeugs ist mit der Radlast F belastet.

Gesucht:

1. Gelenkkräfte in A, B C und D
2. Federkraft bei E

Zahlenwerte: $F = 3$ kN,
Abmessungen aus Skizze in mm

Lösung



Aufgabe 1.3.14

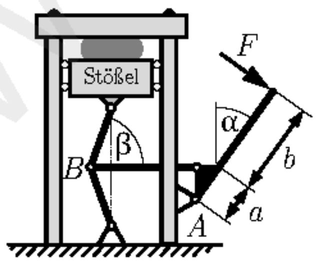
Durch den Mechanismus der dargestellten Kniehebelpresse wird die aufgebrachte Kraft F zur Presskraft F_P verstärkt. Die dargestellte Stellung ist zu untersuchen.

Gesucht:

1. Presskraft F_P
2. Verstärkungsfaktor F_P/F

Zahlenwerte: $F = 35$ kN, $a = 0{,}5$ m, $b = 1{,}5$ m, $\alpha = 35°$, $\beta = 80°$

Lösung

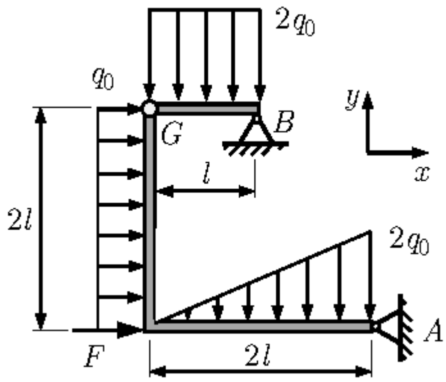


Aufgabe 1.3.15

Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 300$ N, $q_0 = 360$ N/m,
$l = 600$ mm

Lösung

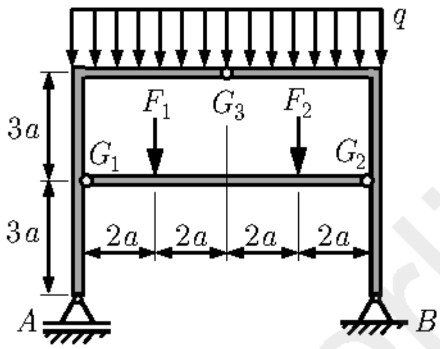


Aufgabe 1.3.16

Für die Rahmenstruktur mit drei Gelenken sind die Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F_1 = 10$ kN, $F_2 = 20$ kN, $q = 4{,}0$ kN/m, $a = 1$ m

Lösung



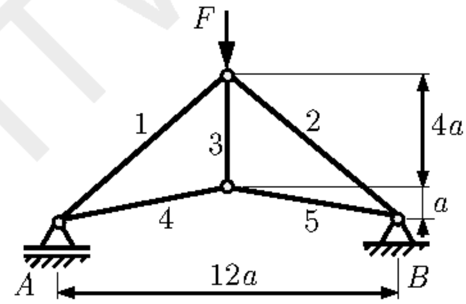
1.4 Ebene Fachwerke

Aufgabe 1.4.1

Als Dachbinder wird das vertikal tragende und aussteifende Fachwerksteil eines Dachstuhls bezeichnet. Für den dargestellten Dachbinder sind die Stabkräfte zu berechnen.

Zahlenwerte: $F = 5$ kN, $a = 0{,}5$ m

Lösung



Aufgabe 1.4.2

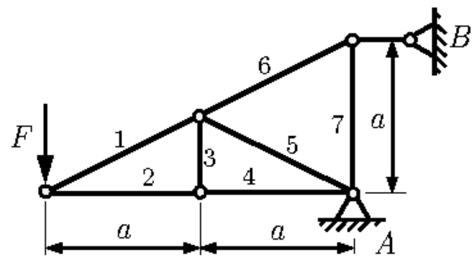
Der Ausleger des Oberleitungsmastes an einer Bahnstrecke ist durch die Gewichtskraft der Leitung belastet.

Gesucht:

1. Angabe der Nullstäbe (ohne Rechnung)
2. Stabkräfte und Lagerreaktionen

Gegeben: F, a

Lösung

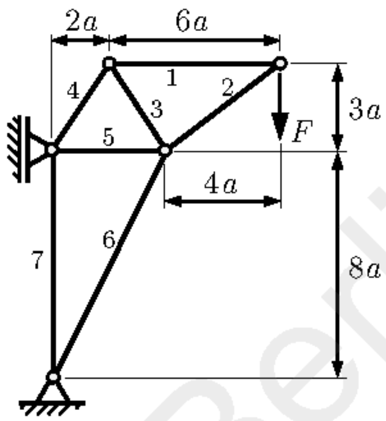


Aufgabe 1.4.3

Ein Wanddrehkran ist als Fachwerkkonstruktion ausgeführt. Berechnen Sie mit Hilfe des Ritterschen Schnittverfahrens die Stabkräfte F_4, F_5 und F_6.

Zahlenwerte: $F = 20$ kN, $a = 0{,}5$ m

Lösung



Aufgabe 1.4.4

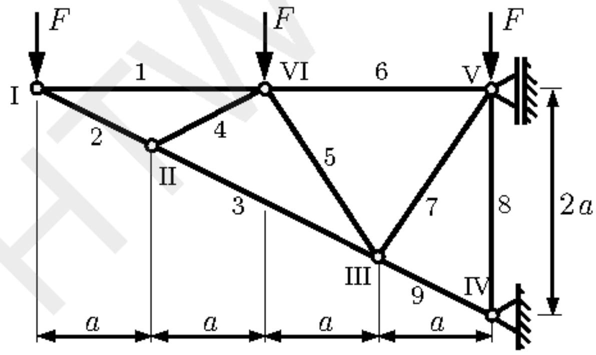
Eine Stützkonstruktion in einer Lagerhalle ist durch das Gewicht der getragenen Struktur belastet. Die Knoten sind mit römischen Zahlen und die Stäbe mit arabischen Zahlen gekennzeichnet.

Gesucht:

1. Stabkräfte und Auflagerreaktionen (mit Knotenpunktverfahren)
2. Überprüfung der Stabkraft F_5 mit dem Ritterschen Schnittverfahren

Zahlenwerte: $F = 5$ kN, $a = 1$ m

Lösung



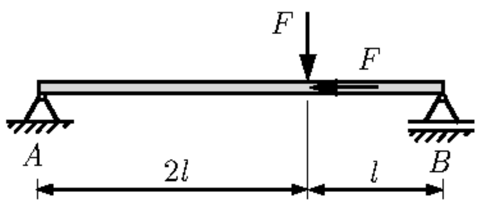
1.5 Schnittreaktionen

Aufgabe 1.5.1

Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_{\mathrm{L}}(z)$, $F_{\mathrm{Q}}(z)$ und $M_{\mathrm{b}}(z)$ zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 100$ N, $l = 80$ cm

Lösung

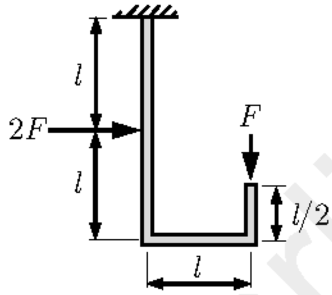


Aufgabe 1.5.2

Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_{\mathrm{L}}(z)$, $F_{\mathrm{Q}}(z)$ und $M_{\mathrm{b}}(z)$ zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 2000$ N, $l = 60$ cm

Lösung

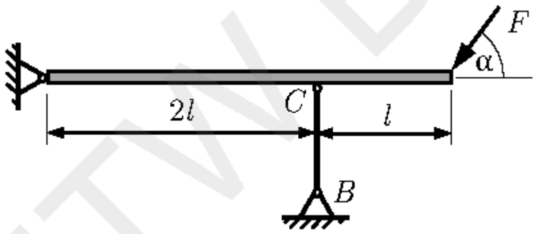


Aufgabe 1.5.3

Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_{\mathrm{L}}(z)$, $F_{\mathrm{Q}}(z)$ und $M_{\mathrm{b}}(z)$ zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 30$ kN, $l = 1$ m, $\alpha = 60°$

Lösung

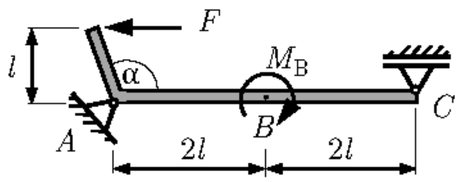


Aufgabe 1.5.4

Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_{\mathrm{L}}(z)$, $F_{\mathrm{Q}}(z)$ und $M_{\mathrm{b}}(z)$ zu ermitteln.

Zahlenwerte: $F = 20$ kN, $M_{\mathrm{B}} = 40$ kNm, $l = 1$ m, $\alpha = 110°$

Lösung



Aufgabe 1.5.5

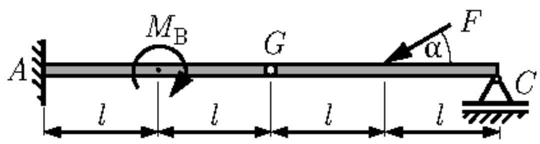
Das gegebene Tragwerk hat in der Mitte ein Gelenk und ist durch ein Einzelmoment und eine Einzelkraft belastet.

Gesucht:

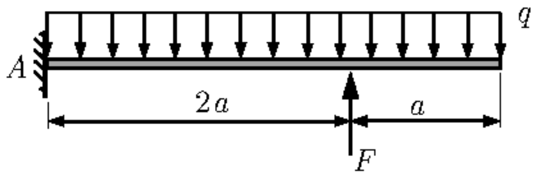
1. Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte
2. Schnittreaktionen $F_{\mathrm{L}}(z)$, $F_{\mathrm{Q}}(z)$ und $M_{\mathrm{b}}(z)$

Zahlenwerte: $F = 3000$ N, $M_{\mathrm{B}} = 500$ Nm, $l = 1{,}5$ m, $\alpha = 30°$

Lösung



Aufgabe 1.5.6

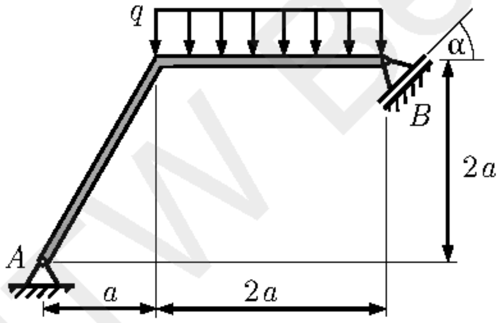


Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ zu ermitteln sowie Ort und Größe des extremen Biegemoments anzugeben.

Zahlenwerte: $F = 1250$ N, $q = 3$ N/cm, $a = 1{,}68$ m

Lösung

Aufgabe 1.5.7

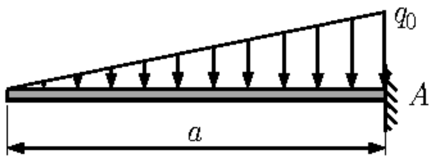


Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ zu ermitteln sowie Ort und Größe des extremen Biegemoments anzugeben.

Gegeben: q, a, $\alpha = 45°$

Lösung

Aufgabe 1.5.8

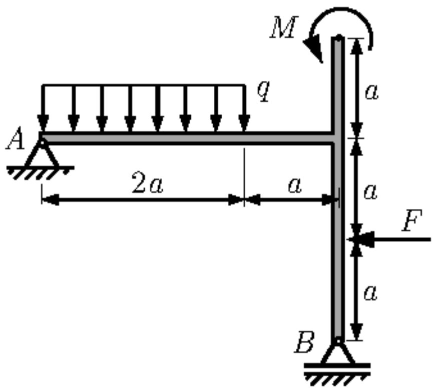


Für das Tragwerk sind die Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ zu ermitteln.

Gegeben: q_0, a

Lösung

Aufgabe 1.5.9

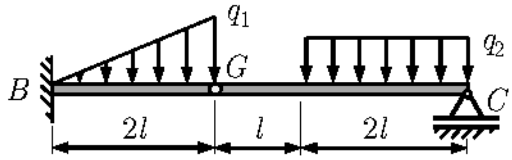


Für das Tragwerk sind die Auflager- und die Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ zu ermitteln.

Gegeben: $F = 2qa$, $M = qa^2$, q, a

Lösung

Aufgabe 1.5.10

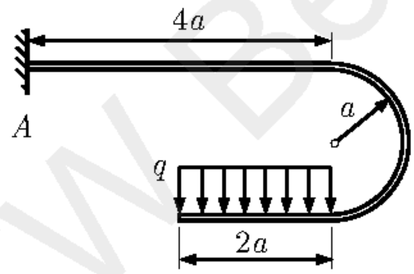


Für das Tragwerk sind die Auflagerreaktionen, Gelenkkräfte und die Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ zu ermitteln.

Zahlenwerte: $q_1 = 3000$ N/m, $q_2 = 2000$ N/m, $l = 0{,}75$ m

Lösung

Aufgabe 1.5.11



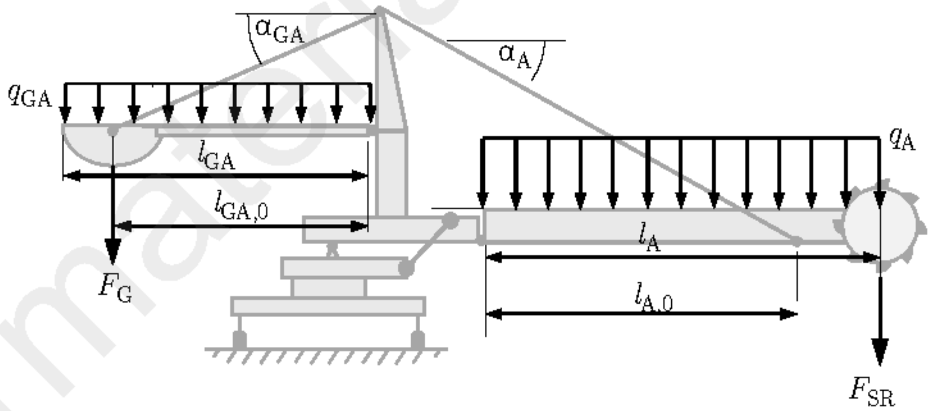
Für das Tragwerk sind die Auflager- und die Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ zu ermitteln.

Gegeben: q, a

Lösung

Aufgabe 1.5.12

Mit einem Schaufelradaufnahmegerät kann an einem Lagerplatz Schüttgut aufgenommen und verkippt werden. Sowohl der Radausleger (Länge l_A) als auch der Gegenausleger (Länge l_{GA}) sind gelenkig mit dem Pylon (Mast) des Geräts verbunden und werden von Drahtseilen gehalten. Die zu berücksichtigenden Lasten ergeben sich aus den Gewichtskräften der Ausleger (q_A und q_{GA}), des Schaufelrads F_{SR} und des Gegengewichts F_G.



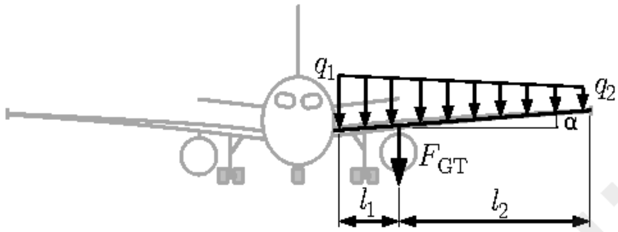
Gesucht:

1. Seil- und Gelenkkräfte von Radausleger und Gegenausleger
2. Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ in Radausleger und Gegenausleger

Zahlenwerte: $q_A = 30$ kN/m, $q_{GA} = 16$ kN/m, $F_{SR} = 350$ kN, $F_G = 1850$ kN, $l_A = 43$ m, $l_{A,0} = 32$ m, $l_{GA} = 30$ m, $l_{GA,0} = 28$ m, $\alpha_A = 22°$, $\alpha_{GA} = 20°$

Lösung

Aufgabe 1.5.13



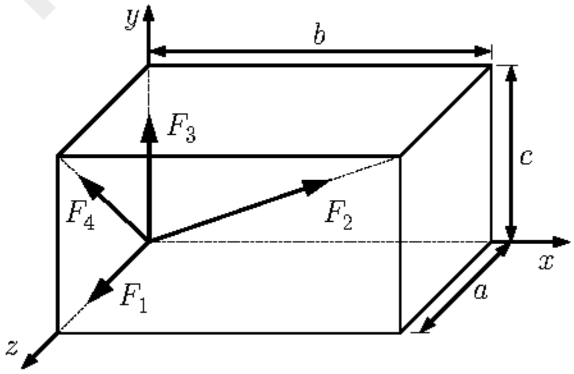
Der Tragflügel eines Verkehrsflugzeugs ist durch sein Eigengewicht q und das Gewicht des Triebwerks F_{GT} belastet. Gesucht sind die Verläufe der Schnittreaktionen $F_L(z)$, $F_Q(z)$ und $M_b(z)$ im Tragflügel. Vereinfachend sei angenommen, dass der Tragflügel nicht gekrümmt ist und dessen Eigengewicht durch eine linear verlaufende Streckenlast dargestellt werden kann.

Zahlenwerte: $q_1 = 12$ kN/m, $q_2 = 8$ kN/m, $F_{GT} = 130$ kN, $l_1 = 3$ m, $l_2 = 9$ m, $\alpha = 5°$

Lösung

1.6 Raumstatik

Aufgabe 1.6.1



Gegeben ist ein räumliches zentrales Kraftsystem mit 4 Kräften.

Gesucht:

1. Betrag der resultierenden Kraft F_R
2. Richtung der resultierenden Kraft

Zahlenwerte: $F_1 = 200$ N, $F_2 = 300$ N, $F_3 = 100$ N, $F_4 = 200$ N, $a = 2$ cm, $b = 6$ cm, $c = 3$ cm

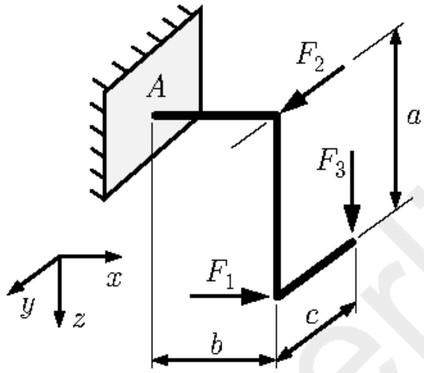
Lösung

Aufgabe 1.6.2

Für das räumliche Tragwerk sind die Auflagerreaktionen in A zu ermitteln.

Gegeben: $F_1 = 600$ N, $F_2 = 800$ N, $F_3 = 500$ N,
$a = 2{,}4$ m, $b = 1{,}6$ m, $c = 1{,}2$m

Lösung



Aufgabe 1.6.3

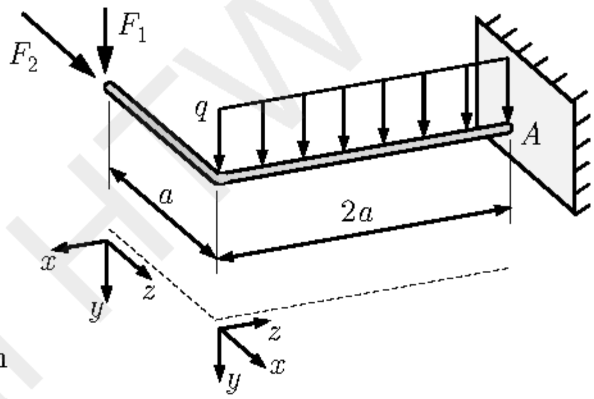
Ein einseitig fest eingespanntes räumliches Tragwerk ist durch zwei Einzelkräfte und eine konstante Streckenlast belastet.

Gesucht:

1. Auflagerreaktionen bei A
2. Schnittreaktionen

Zahlenwerte: $F_1 = 200$ N, $F_2 = 400$ N,
$q = 1{,}0$ N/mm, $a = 200$ mm

Lösung

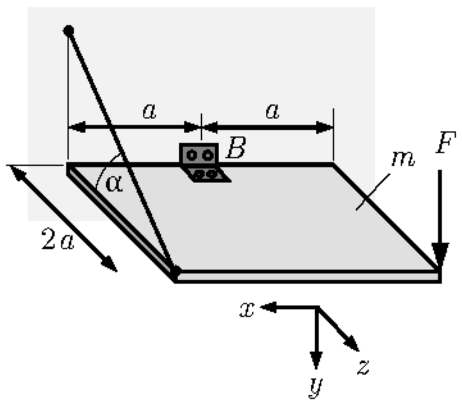


Aufgabe 1.6.4

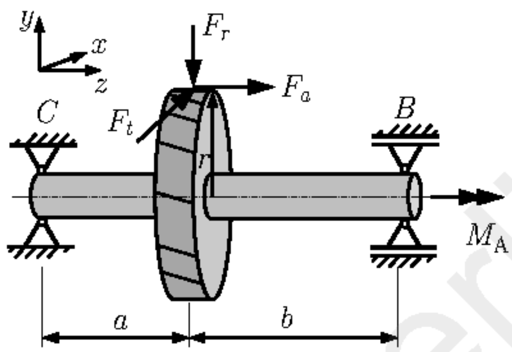
Für das abgebildete Klappbrett in waagerechter Lage sind die Lagerreaktionen und die Seilkraft zu berechnen. Die Befestigung bei B erfolgt über ein Scharnier, dass um die x-Achse drehbar ist. Die Belastung erfolgt durch die Einzelkraft und das Eigengewicht des Bretts.

Zahlenwerte: $F = 50$ N, $m = 2{,}3$ kg,
$a = 22$ cm, $\alpha = 30°$
$g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung



Aufgabe 1.6.5



Eine in B und C gelenkig gelagerte Antriebswelle mit schräg verzahntem Zahnrad (Wälzkreisdurchmesser $2r$ und Schrägungswinkel β) überträgt bei der Drehzahl n die Leistung P.

Hinweis: Bei einer Schrägverzahnung entstehen zusätzlich zur für die Momentenübertragung relevanten Tangentialkraft F_t stets noch 2 Kraftkomponenten in axialer Richtung

$F_a = F_t \cdot \tan\beta$

und in radialer Richtung

$F_r = F_t \cdot \tan\alpha_\mathrm{n} / \cos\beta$,

wobei α_n der Normaleneingriffswinkel der Verzahnung ist.

Gesucht:

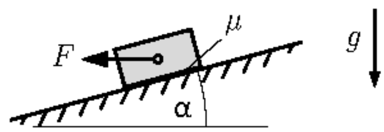
1. Übertragenes Antriebsmoment M_A und Verzahnungskräfte F_t, F_a, F_r
2. Auflagerreaktionen in B und C
3. Schnittmomente in der Welle mit grafischer Darstellung
4. Maximales Biegemoment $M_\mathrm{b,max}$

Zahlenwerte: $P = 2{,}0$ kW, $n = 1200$ U/min, $a = 200$ mm, $b = 300$ mm, $r = 43{,}2$ mm, $\alpha_\mathrm{n} = 20°$, $\beta = 15°$

Lösung

1.7 Reibung

Aufgabe 1.7.1



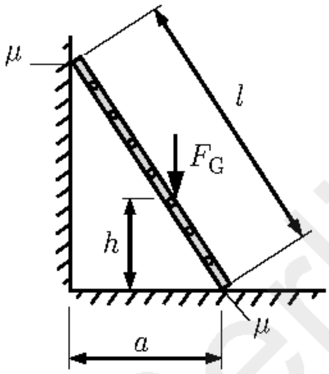
Wie hoch muss die horizontal angreifende Kraft mindestens sein, damit der Körper die Haftreibung überwindet?

Zahlenwerte: $m = 200$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2, $\alpha = 15°$, $\mu = 0{,}3$

Lösung

Aufgabe 1.7.2

Eine Person (Gewichtskraft F_G) klettert die an einer Wand lehnende Leiter der Länge l herauf. Die Reibung zwischen Leiter und Wand sowie zwischen Leiter und Boden kann mit demselben Haftreibungskoeffizienten μ beschrieben werden. Das Eigengewicht der Leiter kann vernachlässigt werden.



Gesucht:

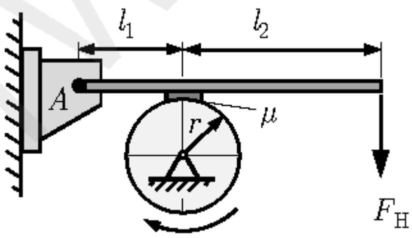
Wie hoch kann die Person steigen, ohne dass die Leiter rutscht?

Zahlenwerte: $F_G = 800$ N, $l = 10$ m, $a = 4$ m, $\mu = 0{,}3$

Lösung

Aufgabe 1.7.3

Mit einer Handbackenbremse wird eine rotierende Welle abgebremst. Am Ende des Hebels wirkt die Kraft F_H



Gesucht:

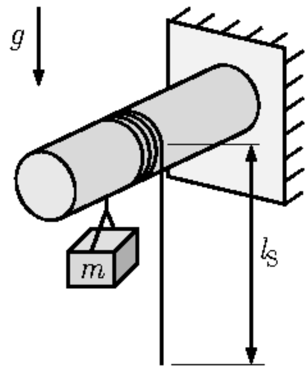
1. Auf die Welle wirkendes Bremsmoment
2. Resultierende Kraft auf Bolzen in A
3. Schnittreaktionen im Hebel

Zahlenwerte: $F_H = 200$ N, $l_1 = 300$ mm, $l_2 = 600$ mm, $\mu = 0{,}4$, $r = 160$ mm

Lösung

Aufgabe 1.7.4

Um ein waagerechtes Rundholz soll ein Seil so oft umschlungen werden, dass eine Kiste der Masse m allein durch das Gewicht des auf der anderen Seite frei hängenden Seiles gehalten werden kann. Das Seil hat das Längengewicht $m_{L,S}$.



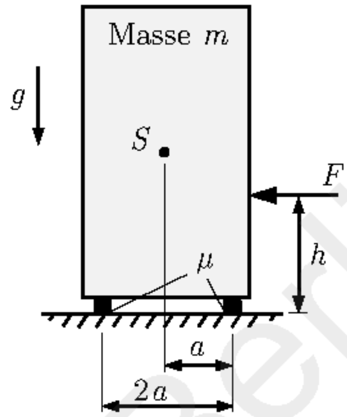
Gesucht:

Erforderliche Anzahl der Umschlingungen

Zahlenwerte: $m = 200$ kg, $l_S = 3$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2,
$m_{L,S} = 120$ g/m, $\mu = 0{,}5$

Lösung

Aufgabe 1.7.5



Ein Schrank der Masse m soll verrückt werden. Dafür wird von der ausführenden Person eine horizontal wirkende Kraft F aufgebracht.

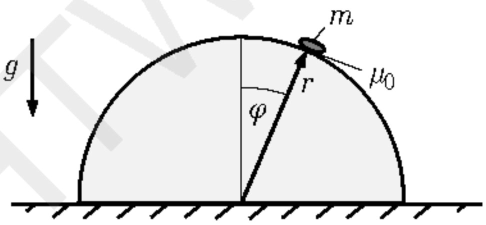
Gesucht:

1. Erforderliche Kraft um den Schrank zu verrücken
2. Lastangriffshöhe h, ab der der Schrank eher kippt als verschoben wird

Zahlenwerte: $m = 55$ kg, $a = 30$ cm, $g = 9{,}81$ m/s^2, $\mu = 0{,}45$

Lösung

Aufgabe 1.7.6



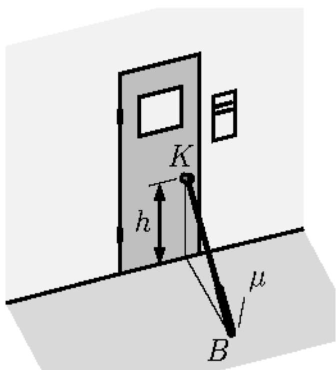
Auf einem halbkugelförmigen Iglu liegt ein flacher Stein. Zwischen Eis und Stein wirkt Haftreibung mit dem Koeffizienten $\mu_0 = 0{,}04$.

Gesucht:

Winkel φ, bei dem der Stein zu rutschen beginnt

Lösung

Aufgabe 1.7.7



Mit einem Teleskopstab unter dem Türknauf soll das Öffnen der Tür von Innen verhindert werden. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Stab und Boden beträgt μ.

Gesucht:

Maximale Länge l des Stabs, mit der das Türöffnen verhindert werden kann

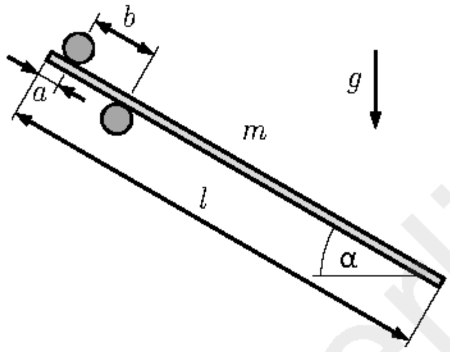
Zahlenwerte: $h = 105$ cm, $\mu = 0{,}42$

Lösung

Aufgabe 1.7.8

Ein Brett (Länge l, Masse m) soll zwischen zwei Rundhölzer geklemmt werden.

Wie groß müsste der Haftreibungskoeffizient μ_0 sein, damit das Brett in der gezeigten Lage nicht abrutscht?



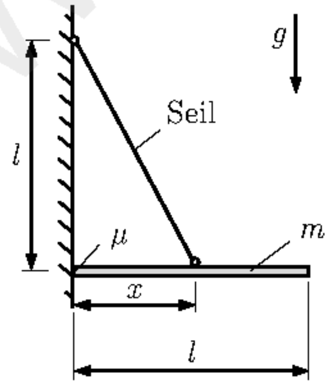
Zahlenwerte: $m = 1$ kg, $l = 2$ m, $a = 10$ cm, $b = 30$ cm, $\alpha = 30°$, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 1.7.9

Ein Stab wird an einem Seil befestigt und soll sich in waagerechter Stellung zur Wand nur durch Reibung abstützen.

In welcher Entfernung x von der Wand muss das Seil befestigt werden, damit der Stab nicht abrutscht?



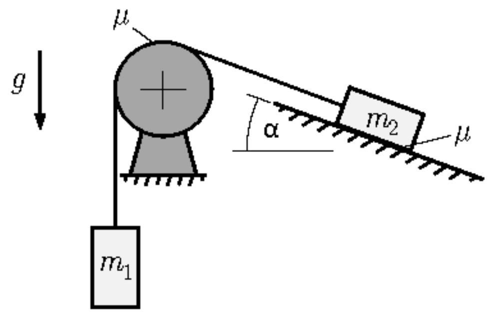
Zahlenwerte: $m = 1$ kg, $l = 1$ m, $\mu = 0{,}5$, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 1.7.10

Zwei Kisten der Massen m_1 und m_2 sind über ein Seil verbunden, das über eine fest stehende Rolle geführt ist. Zwischen Seil und Rolle sowie zwischen der Kiste mit der Masse m_2 und dem Untergrund liegt Haftreibung vor.

In welchem Bereich muss die Masse m_2 liegen, damit das System in Ruhe bleibt.



Zahlenwerte: $m_1 = 100$ kg, $\alpha = 20°$, $\mu = 0{,}3$, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

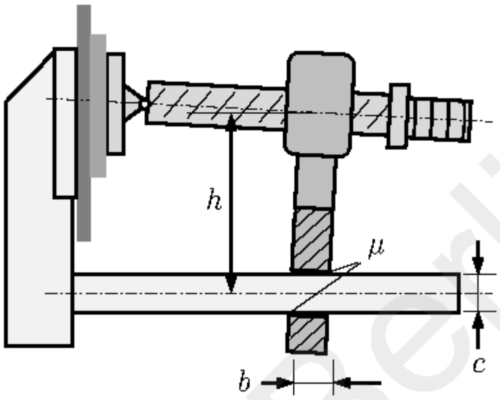
Aufgabe 1.7.11

Mit Hilfe einer Schraubzwinge können mehrere Werkstücke zur Bearbeitung festgehalten werden.

Gesucht ist das Mindestmaß b, für das Selbsthemmung gegen das Verschieben auf der unteren Schiene eintritt.

Hinweis: Die Schrägstellung der Teile gegeneinander ist hier übertrieben dargestellt und braucht bei der Formulierung der Gleichgewichtsbilanzen nicht berücksichtigt werden.

Zahlenwerte: $c = 38$ mm, $h = 115$ mm, $\mu = 0{,}18$

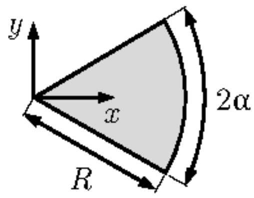


Lösung

1.8 Schwerpunktberechnung

Aufgabe 1.8.1

Ein Kreisauschnitt habe den Radius R und den Öffnungswinkel 2α



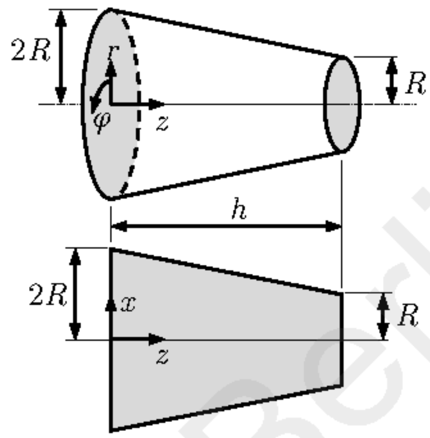
Gesucht:

1. Schwerpunktkoordinaten in Abhängigkeit von α
2. Schwerpunktkoordinaten für den Viertel- und Halbkreis

Gegeben: R, α

Lösung

Aufgabe 1.8.2



Ein Trapez entspreche der Schnittfläche eines Kegelstumpfes.

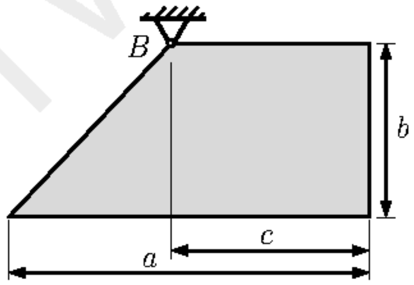
Gesucht:

1. Flächenschwerpunkt des Trapezes durch Integration
2. Volumenschwerpunkt des Kegelstumpfes durch Integration

Gegeben: R, h

Lösung

Aufgabe 1.8.3

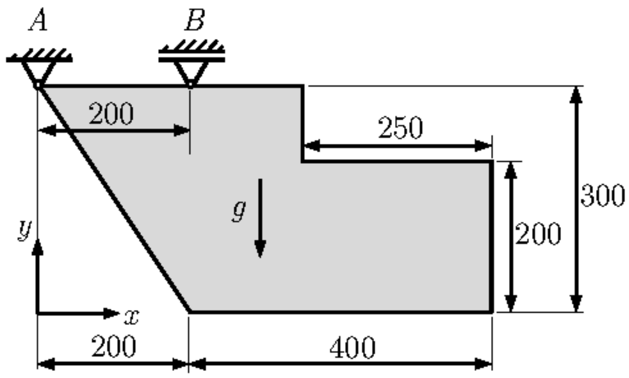


Ein Blech mit trapezförmiger Grundfläche soll im Punkt B gelenkig aufgehangen werden. Das Maß c soll so bestimmt werden, dass die Unterkante des Blechs waagerecht liegt.

Gegeben: $a = 4{,}8$ dm, $b = 2{,}3$ dm

Lösung

Aufgabe 1.8.4



Gegeben ist ein Stahlblech der Dicke d mit den gezeigten Abmessungen in mm.

Gesucht:

1. Lage des Schwerpunkts im Koordinatensystem (x,y)
2. Auflagerreaktionen infolge des Eigengewichts

Zahlenwerte: $\rho_{\text{Stahl}} = 7{,}85$ g/cm^3, $d = 5$ mm, $g = 9{,}81$ m/s^2

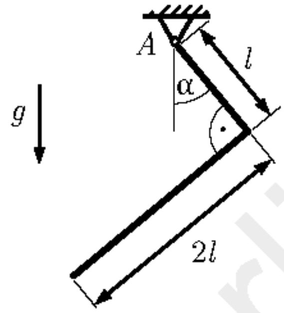
Lösung

Aufgabe 1.8.5

Ein gebogener Draht ist im Punkt A gelenkig aufgehängt. Welcher Winkel α stellt sich im Gleichgewichtsfall ein?

Gegeben: l

Lösung



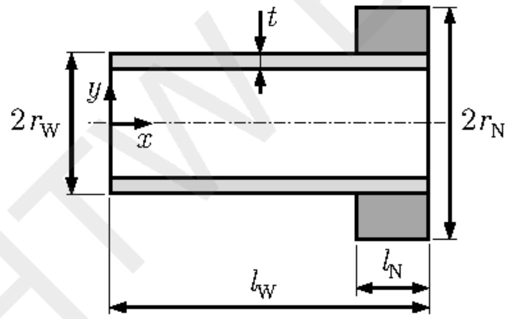
Aufgabe 1.8.6

Durch einen zylindrischen Pressverband ist eine Nabe mit einer Hohlwelle fest verbunden. Die Dichte des Materials von Welle und Nabe ist gleich groß.

Gesucht ist die Lage des Gesamtschwerpunktes.

Zahlenwerte: $r_\mathrm{W} = 18{,}6$ mm, $r_\mathrm{N} = 30{,}7$ mm, $l_\mathrm{W} = 42{,}1$ mm, $l_\mathrm{N} = 9{,}6$ mm, $t = 2{,}1$ mm

Lösung



1.9 Flächenträgheitsmomente

Aufgabe 1.9.1

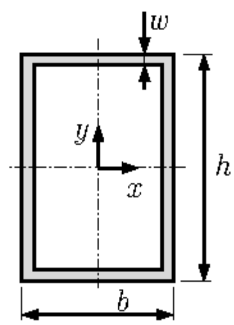
Für einen Träger mit Kastenprofil sollen die Flächenträgheitsmomente des Querschnitts ermittelt werden.

Gesucht:

1. I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}
2. Hauptträgheitsmomente I_1 und I_2

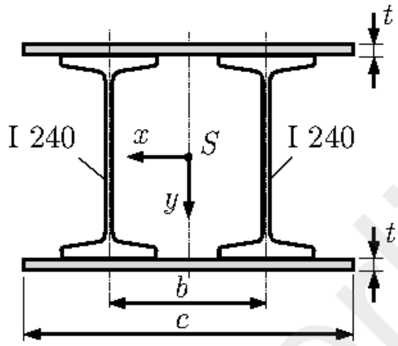
Zahlenwerte: $h = 60$ mm, $b = 40$ mm, $w = 3$ mm

Lösung



Aufgabe 1.9.2

Beim Bau eines Containerschiffs soll ein Träger als Verbundprofil aus zwei Blechen ($t \times c$) und zwei I-Profilen I 240 nach DIN 1025-1 (04/2009) verwendet werden.



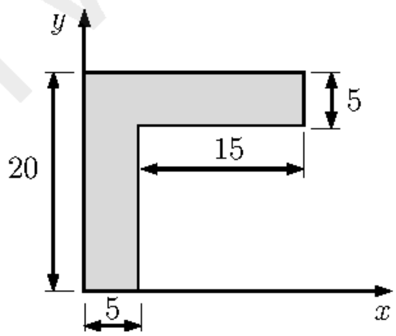
Zu berechnen ist das Flächenträgheitsmoment des Trägers bezogen auf die x-Achse. Die Querschnittkennwerte der I-Profile sind der DIN zu entnehmen.

Zahlenwerte: $c = 390$ mm, $b = 180$ mm, $t = 12{,}5$ mm

Lösung

Aufgabe 1.9.3

Gegeben ist ein Träger mit Winkelprofil. Die Skizzenmaße sind in mm.



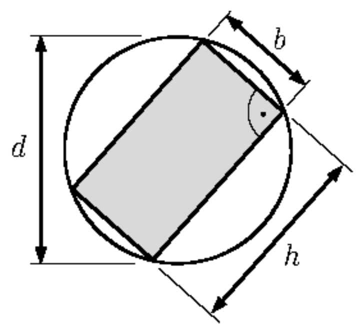
Gesucht:

1. Lage des Flächenschwerpunktes
2. Hauptträgheitsmomente I_1 und I_2
3. Lage der Hauptachsen

Lösung

Aufgabe 1.9.4

Aus einem runden Baumstamm mit dem Durchmesser d, soll ein Balken mit Rechteckquerschnitt so ausgeschnitten werden, dass das Flächenträgheitsmoment maximal wird.



Gesucht: $I_{\max}$

Gegeben: d

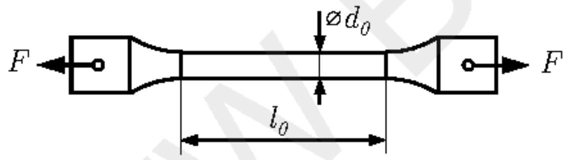
Lösung

2 Festigkeitslehre (TM2)

2.1 Grundlagen

Aufgabe 2.1.1

Zur Bestimmung der elastischen Materialparameter eines isotropen, metallischen Werkstoffs wird eine Probe im Zugversuch getestet. Bei einer Zugkraft von F werden für Länge und Durchmesser der Probe die Werte l_1 und d_1 gemessen. Dabei sind die Verformungen noch im elastischen Bereich.



Gesucht:

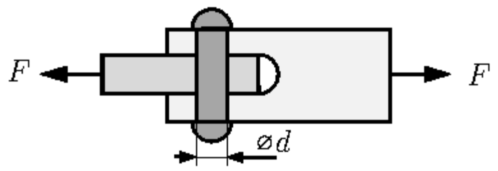
1. E-Modul E
2. Querkontraktionszahl ν
3. Schubmodul G
4. Um welchen Werkstoff könnte es sich demnach handeln?

Zahlenwerte: $F = 14.253$ N, $l_0 = 80{,}714$ mm, $d_0 = 10{,}005$ mm, $l_1 = 80{,}920$ mm, $d_1 = 9{,}996$ mm

Lösung

Aufgabe 2.1.2

Eine Bolzenverbindung ist auf Zug belastet. Gesucht ist der mindestens erforderliche Bolzendurchmesser d, damit die zulässige mittlere Schubspannung τ_{zul} nicht überschritten wird.



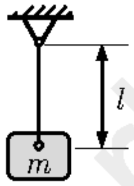
Zahlenwerte: $F = 10$ kN, $\tau_{\text{zul}} = 120$ MPa

Lösung

2.2 Zug und Druck in Stäben

Aufgabe 2.2.1

An einem Kupferkabel (Länge l, Querschnittsfläche A) hängt bei Raumtemperatur T_0 ein Bauteil der Masse m.



Gesucht:

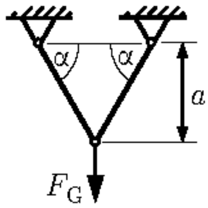
1. Längenänderung Δl_0 unter der Last
2. Längenänderung Δl_1, wenn zusätzlich noch die Temperatur auf T_1 ansteigt.

Zahlenwerte: $l = 0{,}5$ m, $A = 6{,}8$ mm^2, $m = 80$ kg, $E_{\text{Cu}} = 120$ GPa, $\alpha_{\text{Cu}} = 17 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, $T_0 = 20°$, $T_1 = 65°$, $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Lösung

Aufgabe 2.2.2

Ein Körper mit der Gewichtskraft F_{G} wird durch zwei Stahlstäbe mit Kreisquerschnitt (Durchmesser d) gehalten.



Gesucht:

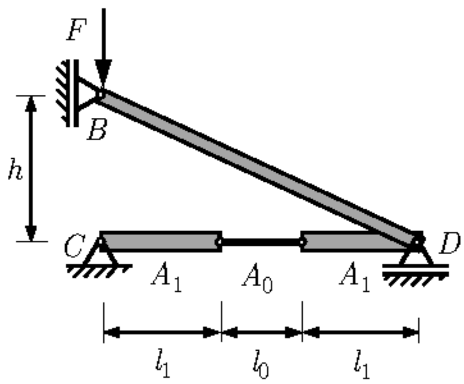
1. Spannung in den Stäben
2. Längenänderung der Stäbe Δl
3. Vertikale Verschiebung des Lastangriffspunktes Δh

Zahlenwerte: $F_{\text{G}} = 6000$ N, $a = 1{,}5$ m, $d = 6$ mm, $\alpha = 60°$, $E = 210.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.2.3

Das abgebildete Stabsystem aus Stahl besteht zwischen den Lagern C und D aus zwei Stäben (l_1, A_1), die durch ein Stahlseil (l_0, A_0) miteinander verbunden sind sowie einem Stab zwischen den Lagern B und D. Infolge der Belastung mit der Kraft F ist das Lager D um die Strecke Δl_{CD} verschoben.



Gesucht:

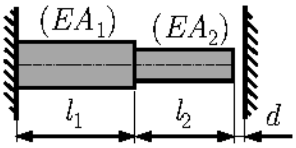
1. Kraft F, die Verschiebung Δl_{CD} bewirkt
2. Kraft F_{max}, die zum Bruch des Stahlseils (Zugfestigkeit R_{m}) führt

Zahlenwerte: $l_0 = 120$ mm, $l_1 = 200$ mm, $A_0 = 4$ mm^2, $A_1 = 10$ mm^2, $h = 250$ mm, $E = 210.000$ MPa, $\Delta l_{CD} = 0{,}6$ mm, $R_{\text{m}} = 650$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.2.4

Ein abgesetzter Stab aus Stahl ist zwischen zwei starren Wänden mit einem Spiel d montiert. Anschließend wird der Stab erwärmt, wobei der Abstand der Wände unverändert bleibt.



Gesucht:

1. Temperaturdifferenz ΔT_1, wobei der Stab kraftfrei die rechte Wand berührt
2. Druckkraft gegen die Wand nach einer Erwärmung um ΔT_2
3. Maximale Spannung $\sigma_{\max}$ im Stab

Zahlenwerte: $l_1 = 2$ m, $l_2 = 1{,}5$ m, $A_1 = 8$ cm^2, $A_2 = 7$ cm^2, $d = 1{,}2$ mm, $E = 210.000$ MPa, $\alpha = 12 \cdot 10^{-6}$ K^{-1}, $\Delta T_2 = 40$ K, $R_\mathrm{m} = 650$ MPa

Lösung

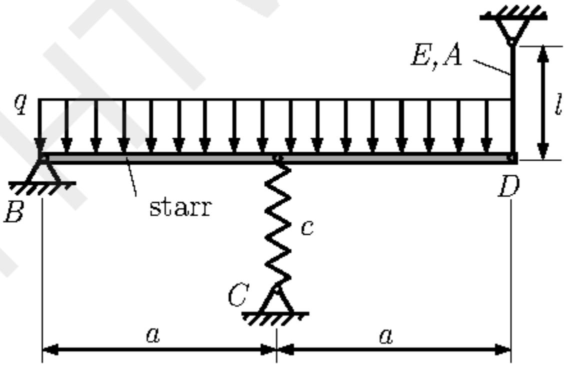
Aufgabe 2.2.5

Ein starrer Träger ist durch eine Feder (Steifigkeit c) und einen Stab elastisch gelagert und mit einer konstanten Streckenlast belastet.

Gesucht: Auflagerreaktionen in B, Feder- und Stabkraft

Gegeben: q, E, A, a, l, c

Lösung



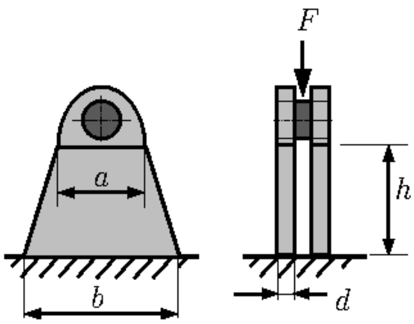
Aufgabe 2.2.6

Ein Lagerbock aus Stahl besteht aus zwei trapezförmigen Platten der Höhe h und einem Aufsatz in dem über zwei Lageraugen mit Verbindungsbolzen die Lasteinleitung erfolgt.

Gesucht: Vertikale Lagersteifigkeit ($c = \dfrac{F}{\Delta h}$).

Hinweis: Die Verformung von Lageraugen und Bolzen sollen vernachlässigt werden.

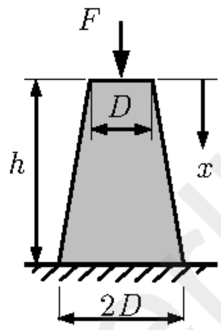
Zahlenwerte: $a = 40$ mm, $b = 80$ mm, $h = 60$ mm, $d = 5$ mm, $E = 210.000$ MPa



Lösung

Aufgabe 2.2.7

Ein konischer Betonpfeiler mit Kreisquerschnitt ist durch die Auflagerkraft F und sein Eigengewicht beansprucht.



Gesucht:

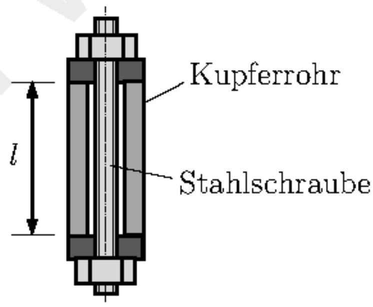
1. Druckspannungsverteilung $\sigma_x(x)$
2. Maximale Spannung $\sigma_{\max}$ im Pfeiler

Zahlenwerte: $F = 2000$ kN, $D = 0{,}5$ m, $h = 10$ m,
$\rho_{\text{Beton}} = 2{,}3\ \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $g = 9{,}81\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Lösung

Aufgabe 2.2.8

Eine Stahlschraube wird in einem Kupferrohr verschraubt. Im spannungsfreien Zustand ist die Länge des Rohres l. Anschließend wird die obere Mutter um eine Umdrehung angezogen (Ganghöhe δ). Die Querschnittsflächen von Schraube und Rohr sind A_S bzw. A_R.



Gesucht:

1. Zugkraft in der Schraube
2. Verkürzung des Rohres Δl

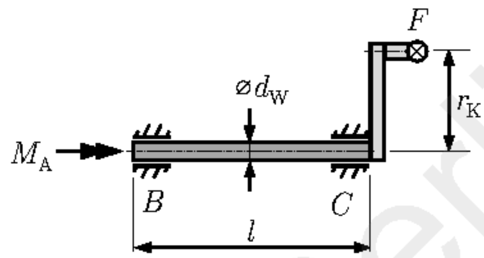
Zahlenwerte: $l = 80$ mm, $A_\text{S} = 75{,}6$ mm^2, $A_\text{R} = 942{,}5$ mm^2, $\delta = 0{,}15$ mm,
$E_\text{St} = 210.000$ MPa, $E_\text{Cu} = 120.000$ MPa

Lösung

2.3 Torsion

Aufgabe 2.3.1

Zum Starten eines Kleinflugzeugs wird der Motor über eine Welle aus Stahl mit einer Handkurbel angedreht. In der gezeigten Position beträgt die Kraft in Umfangsrichtung der Kurbel F.



Gesucht:

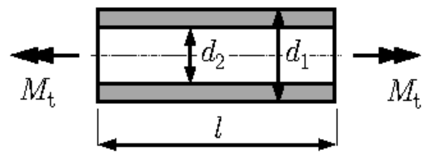
1. Aufgebrachtes Drehmoment M_A
2. Maximale Schubspannung in der Welle τ_{max}
3. Verdrehwinkel der Welle zwischen den Lagern B und C

Zahlenwerte: $F = 150$ N, $l = 500$ mm, $r_K = 250$ mm, $d_W = 15$ mm, $E = 210$ GPa, $\nu = 0{,}3$

Lösung

Aufgabe 2.3.2

Zur Gewichtseinsparung soll eine auf Torsion beanspruchte Vollwelle mit dem Durchmesser d_1 durch eine Hohlwelle gleichen Außendurchmessers und einem Innendurchmesser d_2 ersetzt werden.



Gesucht:

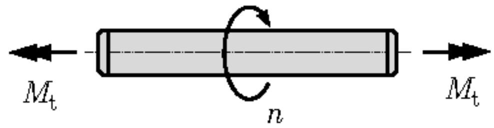
1. Relative Spannungserhöhung
2. Relative Erhöhung des Verdrehwinkels
3. Relative Masseeinsparung

Zahlenwerte: $d_1 = 42$ mm, $d_2 = 22$ mm, $l = 500$ mm

Lösung

Aufgabe 2.3.3

Eine Antriebswelle soll bei der Betriebsdrehzahl n_B eine Leistung P_B übertragen, ohne dass die zulässige Schubspannung τ_zul überschritten wird.



Gesucht:

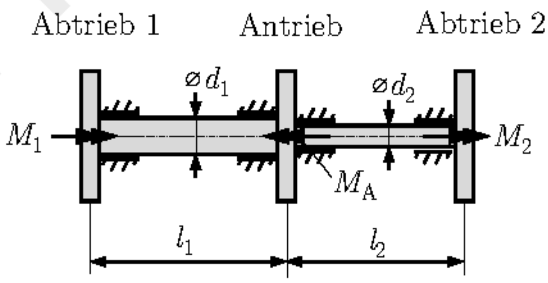
1. Torsionsmoment in der Welle
2. Erforderlicher Wellendurchmesser d_V bei Ausführung als Vollwelle
3. Erforderlicher Innendurchmesser $d_\mathrm{H,i}$ bei Ausführung als Hohlwelle mit einem Außendurchmesser $d_\mathrm{H,a} = 45$ mm ($d_\mathrm{H,i}$ auf ganzen Millimeter gerundet)
4. Gewichtseinsparung (in %) dieser Hohlwelle im Vergleich zur Vollwelle
5. Schubspannungen an der Innenwand der Hohlwelle

Zahlenwerte: $n_\mathrm{B} = 460$ U/min, $P_\mathrm{B} = 12$ kW, $\tau_\mathrm{zul} = 30$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.3.4

Das Antriebsmoment M_A einer Baumaschine wird über eine Welle auf zwei Abtriebe, m_1 und M_2, verteilt. Aufgrund der Lagerung ist die Welle ausschließlich auf Torsion beansprucht (keine Biegung).



Gesucht:

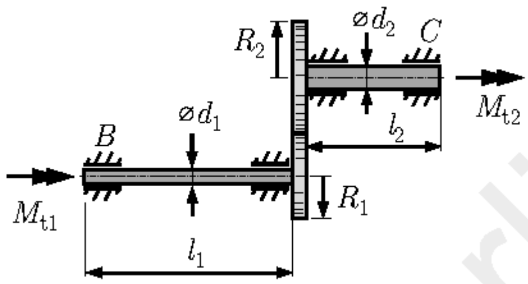
1. Erforderliches Antriebsmoment M_A
2. Schnittmomente M_{t1} und M_{t2} in beiden Wellenabschnitten mit grafischer Darstellung des Verlaufs
3. Dimensionierung der Wellendurchmesser d_V bei Ausführung als Vollwelle für die zulässige Schubspannung τ_zul (Durchmesser auf ganzen Millimeter gerundet)
4. Verdrehung beider Wellenabschnitte und Verdrehung beider Wellenenden gegeneinander

Zahlenwerte: $M_1 = 4250$ Nm, $M_2 = 2800$ Nm, $l_1 = 0{,}8$ m, $l_2 = 1{,}0$ m,
$G = 79.000$ MPa, $\tau_\mathrm{zul} = 30$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.3.5

Das einstufige Zahnradgetriebe in einem Antrieb besteht aus zwei Zahnrädern mit den Grundkreisradien R_1 und R_2 und zwei elastischen Vollwellen. An Welle 1 greift das Antriebsmoment M_{t1} an.



Gesucht:

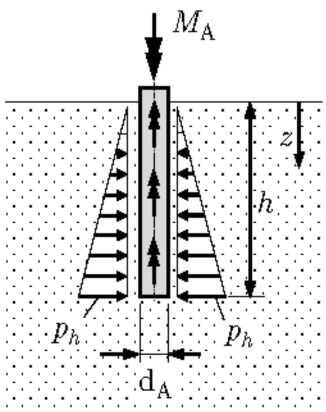
1. Abtriebsmoment M_{t2}
2. Erforderliche Wellendurchmesser d_1 und d_2 für zulässige Schubspannung τ_{zul}
3. Verdrehwinkel bei C, wenn Wellenende bei B festgehalten wird (d_1 und d_2 auf ganze Millimeter gerundet)
   Hinweis: Zahnräder können als starr im Verhältnis zu den Wellen behandelt werden

Zahlenwerte: $M_{t1} = 360$ Nm, $R_1 = 78{,}5$ mm, $R_2 = 115{,}75$ mm, $l_1 = 300$ mm, $l_2 = 150$ mm, $G = 79.000$ MPa, $\tau_{zul} = 55$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.3.6

Bei Erdbohrungen in Lockergestein wird ein Stützrohr aus Stahl (Außendruchmesser d_A, Wandstärke t) drehend eingebracht. Zwischen Rohr und Boden wirkt durch den horizontalen Erddruck $p(z)$ Gleitreibung (μ). Es wird angenommen, dass $p(z)$ linear ansteigt und in der Tiefe $z = h$ den Wert p_h annimmt.



Gesucht:

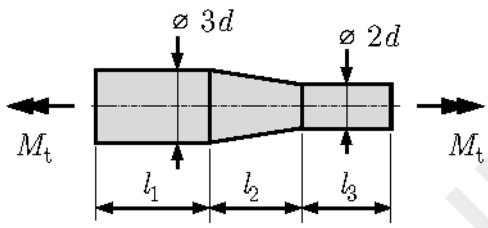
1. Auf Rohr wirkendes Linienmoment $M_t(z)$
2. Erforderliches Antriebsmoment M_A des Bohrgeräts
3. Maximale Schubspannung im Rohr

Zahlenwerte: $h = 15$ m, $d_A = 880$ mm, $t = 12$ mm, $p_h = 42$ kN/m^2, $\mu = 0{,}36$

Lösung

Aufgabe 2.3.7

Eine Vollwelle besteht aus 3 Abschnitten: zwei zylindrische (Längen l_1 und l_3) und ein konischer (Länge l_2) Abschnitt.



Gesucht:

1. Verdrehung der Wellenenden bei einer Belastung mit M_t
2. Torsionssteifigkeit $c_T = \dfrac{M_t}{\varphi}$ der Welle

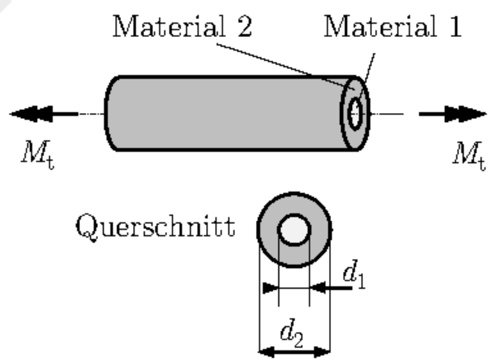
   Hinweis: Das für den Verdrehwinkel des konischen Wellenabschnitts zu lösende Integral vom Typ $\int \frac{1}{(ax+b)^4}\,dx$ kann durch Integration mittels Substitution gelöst werden.

Zahlenwerte: $M_t = 120$ Nm, $l_1 = 70$ mm, $l_2 = 60$ mm, $l_3 = 50$ mm, $d = 12$ mm, $G = 79.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.3.8

Ein Bauteil ist als Verbund aus zwei verschiedenen Werkstoffen aufgebaut. Dabei ist ein Rohr aus Material 2 (Durchmesser d_2, Schubmodul G_2) fest auf einen Stab aus Material 1 (Durchmesser d_1, Schubmodul G_1) gefügt. Das Bauteil wird auf Torsion beansprucht.



Gesucht:

1. Maximale Schubspannungen in Stab (1) und Rohr (2)
2. Verdrillung θ des Bauteils (Verdrehwinkel bezogen auf die Länge)

Zahlenwerte: $d_1 = 32$ mm, $d_2 = 60$ mm, $G_1 = 80.000$ MPa, $G_2 = 32.000$ MPa, $M_t = 800$ Nm

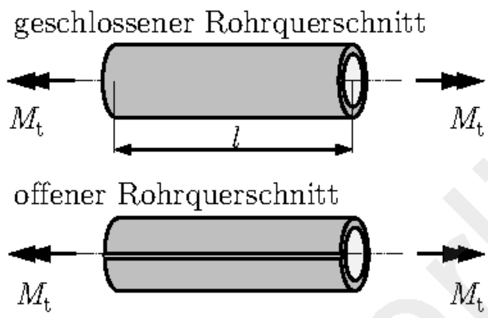
Lösung

Aufgabe 2.3.9

Ein Rohr (Außendurchmesser d_a, Wandstärke t, Länge l) wird auf Torsion beansprucht. Es sollen die beiden Varianten untersucht werden:

a) geschlossener Rohrquerschnitt

b) offener Rohrquerschnitt (aufgeschlitzt)



Gesucht:

1. Maximale Schubspannungen
2. Verdrehwinkel der Endquerschnitte zueinander

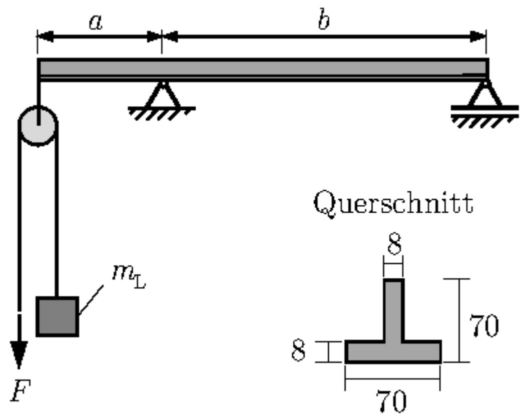
Zahlenwerte: $d_a = 30$ mm, $t = 2$ mm, $l = 1{,}5$ m, $G = 80.000$ MPa, $M_t = 10$ Nm

Lösung

2.4 Biegung

Aufgabe 2.4.1

Zum Heben von Lasten (Masse m_L) wird eine Umlenkrolle an einem Stahlträger mit T-Profil befestigt. Der Träger wird aus konstruktiven Gründen mit der Stegseite nach unten befestigt.



Gesucht:

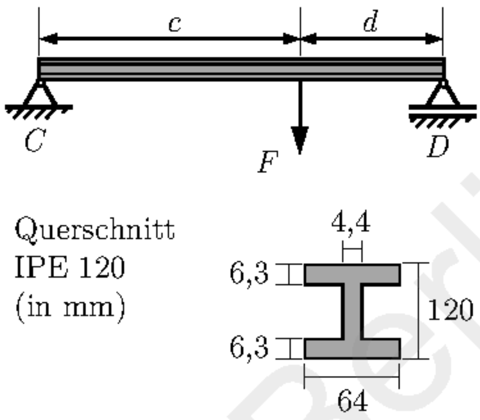
Zulässige Masse, damit σ_{zul} im Träger nicht überschritten wird

Zahlenwerte: $a = 0{,}3$ m, $b = 1{,}2$ m, $\sigma_{zul} = 160$ MPa, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 2.4.2

In einer Fabrikhalle soll ein Träger mit der Kraft F belastet werden. Der Träger ist aus dem Baustahl S275 und als Walzprofil mit dem Querschnitt IPE120 ausgeführt.



Gesucht:

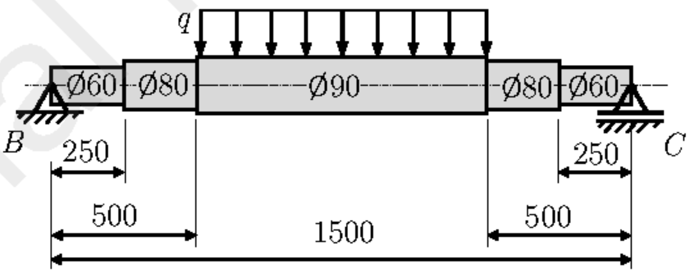
1. Flächenträgheitsmoment für die zutreffende Biegeachse
2. Maximales Biegemoment im Träger
3. Maximale Biegespannungen im Träger mit Angabe, ob Zug- oder Druckspannungen
4. Sicherheit S_F gegen plastisches Fließen

Zahlenwerte: $c = 1{,}2$ m, $d = 0{,}6$ m, $F = 20$ kN

Lösung

Aufgabe 2.4.3

Eine abgesetzte Welle ist durch eine Streckenlast q belastet. Die Abmessungen in der Abbildung sind in mm angegeben.



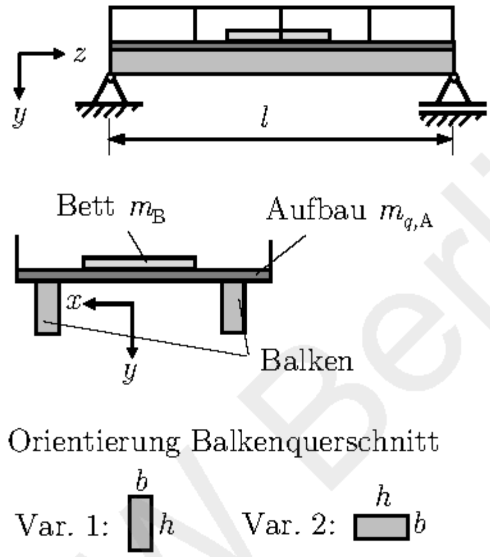
1. Biegewiderstandsmomente der verschiedenen Abschnitte
2. Biegespannungsverlauf

Zahlenwerte: $q = 40$ N/mm, Skizzenmaße in mm

Lösung

Aufgabe 2.4.4

Beim Bau eines Hochbettes sollen für die tragenden Holzbalken (Rechteckquerschnitt $h \times b$) zwei Varianten untersucht werden: Var. 1: hochkant und Var. 2: flachkant. Dafür sind das Eigengewicht der Balken (Dichte ρ), das Gewicht des Aufbaus (Streckengewicht $m_{q,\mathrm{A}}$) und das Gewicht des eigentlichen Bettes mit Zuladung (Matratze, Kopfkissen, Zudecke, Kopfkissen sowie 3 Personen: m_{B}) zu berücksichtigen. Die zulässige Biegespannung für Konstruktionsholz ist mit σ_{zul} gegeben. Nehmen Sie für die Auslegung die Gewichtskraft des Betts als Einzelkraft in der Mitte sowie eine gleichmäßige Aufteilung der Lasten auf beiden Balken an.



Gesucht:

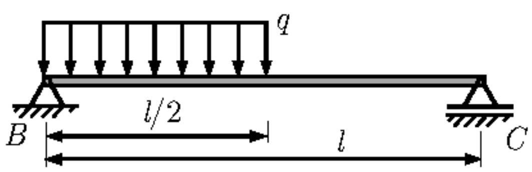
1. Mechanisches Modell der Balken mit Belastung
2. Maximale Spannweite l des Hochbettes für die Varianten 1 und 2

Zahlenwerte: $\rho = 500\ \mathrm{kg/m^3}$, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 18\ \mathrm{MPa}$, $m_{q,\mathrm{A}} = 20\ \mathrm{kg/m}$, $m_{\mathrm{B}} = 230\ \mathrm{kg}$, $h = 12\ \mathrm{cm}$, $b = 4\ \mathrm{cm}$, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^2}$

Lösung

Aufgabe 2.4.5

Ein dünner Edelstahlträger mit Vollkreisquerschnitt (Durchmesser d) wird mit einer Streckenlast q wie abgebildet belastet.



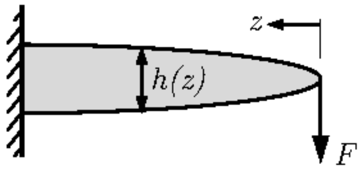
Gesucht:

Ort und Betrag der maximalen Biegespannung

Zahlenwerte: $l = 70\ \mathrm{mm}$, $d = 3{,}5\ \mathrm{mm}$, $q = 2{,}5\ \mathrm{N/mm}$

Lösung

Aufgabe 2.4.6

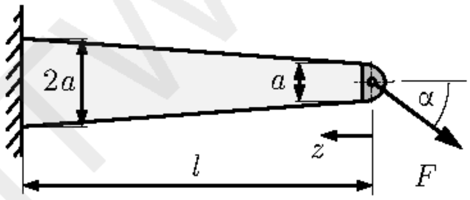


Formleichtbau bezeichnet ein Leichtbaukonzept, bei dem die Geometrie eines Bauteils so optimiert wird, dass die Auslastung möglichst konstant ist. Am Beispiel des einseitig eingespannten Trägers mit Rechteckquerschnitt (konstante Breite b) soll die Querschnittshöhe so dimensioniert werden, dass in jedem Querschnitt die gleiche maximale Biegespannung σ_{zul} auftritt (Träger gleicher Festigkeit).

Gesucht: $h(z)$ in Abhängigkeit von F, b, σ_{zul}

Lösung

Aufgabe 2.4.7



Ein Träger mit veränderlichem Rechteckquerschnitt (konstante Breite b) wird mit einer schräg angreifenden Kraft belastet.

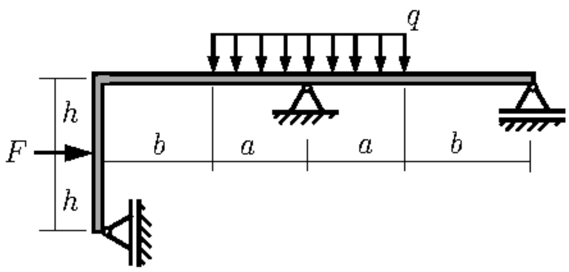
Gesucht:

1. Verlauf der maximalen Spannung im Querschnitt $\sigma_{\text{max}}(z)$
2. Ort und Größe der maximalen Spannung

Zahlenwerte: $a = 100$ mm, $b = 50$ mm, $l = 1000$ mm, $F = 50$ kN, $\alpha = 35°$

Lösung

Aufgabe 2.4.8



Für das Tragwerk soll die Biegelinie bestimmt werden.

Gesucht:

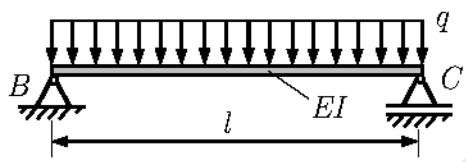
1. Grad der statischen Bestimmtheit
2. Bereichseinteilung zur Berechnung der Schnittmomente
3. Rand- und Übergangsbedingungen

Gegeben: a, b, h, F, q

Lösung

Aufgabe 2.4.9

Ein Träger mit konstantem Querschnitt ist beidseitig gelenkig gelagert und durch eine konstante Streckenlast q belastet.



Gesucht:

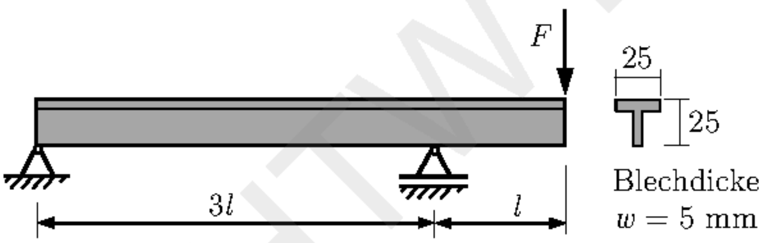
1. Gleichung der Biegelinie $v(z)$
2. Maximale Durchbiegung

Gegeben: q, l, EI

Lösung

Aufgabe 2.4.10

Aus zwei Blechen (25×5 und 20×5) wurde ein Träger mit T-Profil geschweißt. Für die nachfolgenden Berechnungen soll das Eigengewicht vernachlässigt werden.



Gesucht:

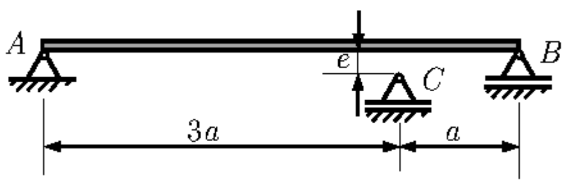
1. Ort und Größe der maximalen Biegespannung
2. Ort und Größe der maximalen Durchbiegung

Gegeben: $F = 900$ N, $l = 150$ mm, $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.4.11

Eine Welle mit Vollkreisquerschnitt (Durchmesser d) aus einer Al-Legierung soll durch die Lager A, B und C gehalten werden. Fertigungsbedingt ist Lager C um den Wert e zur Wellenlängsachse verschoben.



Gesucht:

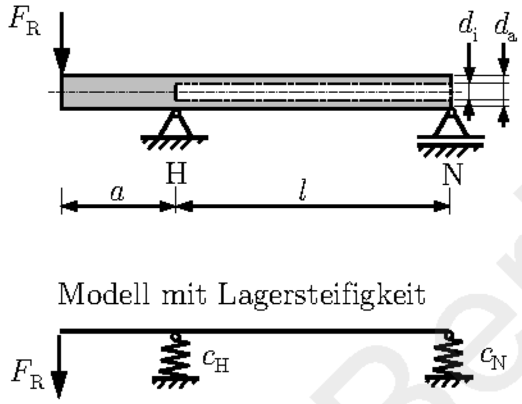
1. Bei C angreifende notwendige Montagekraft F_C, um Welle in Lager zu drücken
2. Maximale Biegespannung in der Welle nach der Montage in Lager C (ohne Querkraftschub)

Zahlenwerte: $a = 200$ mm, $d = 25$ mm, $e = 4{,}25$ mm, $E_{\text{Al.-Leg.}} = 70.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.4.12

Die Hauptspindel einer Werkzeugmaschine wird beim Fräsen mit einer Radialkraft F_R belastet. Die Spindel hat den Außendurchmesser d_a und ist im Abschnitt 1, zwischen Kraftangriffspunkt und Hauptlager H, mit Vollkreisquerschnitt sowie im Abschnitt 2, zwischen Haupt- und Nebenlager, mit Hohlkreisquerschnitt ausgeführt.



Gesucht:

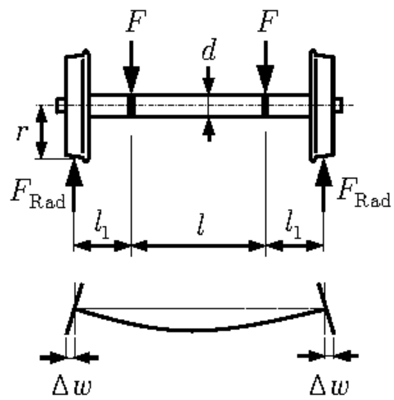
1. Durchbiegung der Spindel am Lastangriffspunkt
2. Gesamtverschiebung des Lastangriffspunkts unter Berücksichtigung von Durchbiegung und Lagersteifigkeit

Zahlenwerte: $F_R = 4000$ N, $a = 200$ mm, $l = 550$ mm, $d_a = 80$ mm, $d_i = 40$ mm, $c_H = c_N = 147{,}5$ kN/mm, $E = 210.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.4.13

Die Radsatzwelle eines Straßenbahnwagens wird bei Geradeausfahrt mit konstanter Geschwindigkeit symmetrisch durch zwei vertikale Kräfte F an den Wälzlagern belastet. Aufgrund der elastischen Durchbiegung der Radsatzwelle verschieben sich die Kontaktpunkte zwischen Rad und Schiene jeweils um Δw in horizontaler Richtung.
Vereinfachend darf angenommen werden, dass die Radsatzwelle einen konstanten Durchmesser (Vollwelle) hat und Reibung zwischen Rad und Schiene vernachlässigt werden kann.



Gesucht:

1. Mindestdurchmesser d_{min}, damit Δw_{zul} mm nicht überschritten wird
2. Maximale Biegespannung mit dem auf ganze Millimeter gerundeten Durchmesser

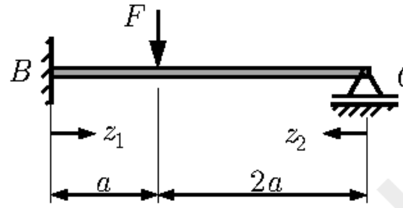
Hinweise: Bei Aufgabe 1. kann mit der Kleinwinkelnäherung $\tan\varphi \approx \sin\varphi \approx \varphi$ oder exakt mit der Identität $\sin(\arctan(\varphi)) = \frac{\varphi}{\sqrt{\varphi^2+1}}$ gerechnet werden. Weiterhin kann die Berechnung der Durchbiegung unter Ausnutzung der Symmetrie erfolgen.

Zahlenwerte: $F = 96.000$ N, $l = 2050$ mm, $l_1 = 300$ mm, $r = 410$ mm, $\Delta w_{zul} = 0{,}8$ mm, $E = 210.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.4.14

Ein Träger ist durch eine Einzelkraft belastet und statisch unbestimmt gelagert.



Gesucht:

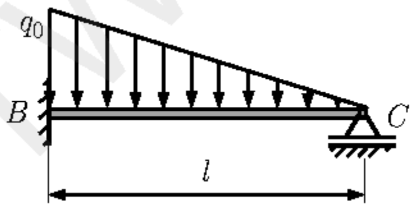
1. Auflagerreaktionen
2. Ort und Größe der maximalen Durchbiegung

Gegeben: F, a, EI = konst.

Lösung

Aufgabe 2.4.15

Der Träger aus der vorherigen Aufgabe ist jetzt durch eine linear verteilte Streckenlast belastet.



Gesucht:

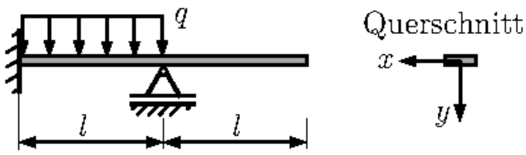
1. Auflagerreaktionen
2. Biegelinie $v(z)$

Gegeben: q_0, l, EI = konst.

Lösung

Aufgabe 2.4.16

Ein Balken mit Rechteckquerschnitt ist zwischen den Lagern mit einer konstanten Streckenlast belastet.



Gesucht:

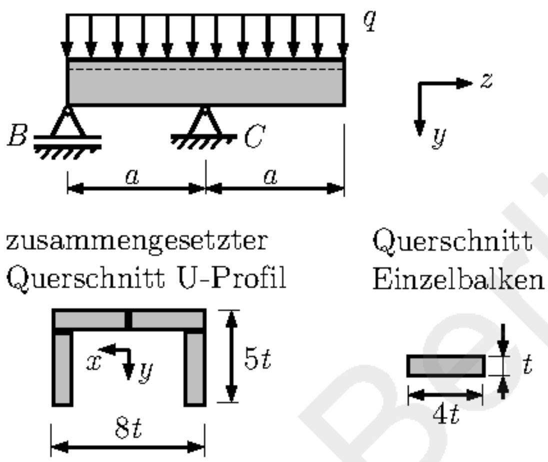
1. Ort und Größe der maximalen Durchbiegung $v_{\max}$
2. Ort und Größe der maximalen Auslenkung $u_{\max}$

Zahlenwerte: $q = 100$ N/mm, $l = 800$ mm, $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ N/mm^2,
$I_{xx} = 51412$ mm^4, $I_{yy} = 284414$ mm^4

Lösung

Aufgabe 2.4.17

Ein Träger wurde aus 4 Einzelbalken mit Rechteckquerschnitt zu einem U-Profil durch Verkleben hergestellt. Er besteht aus Kunststoff (Polyamid) und ist durch eine konstante Streckenlast belastet. Entsprechend der Schubspannungen in der Klebeschicht soll ein Kleber ausgewählt werden.



1. Angabe, welche Klebeschichten auf Schub beansprucht werden
2. Schubspannungen in den relevanten Klebeschichten

Zahlenwerte: $q = 25$ N/mm, $a = 80$ mm, $t = 5$ mm

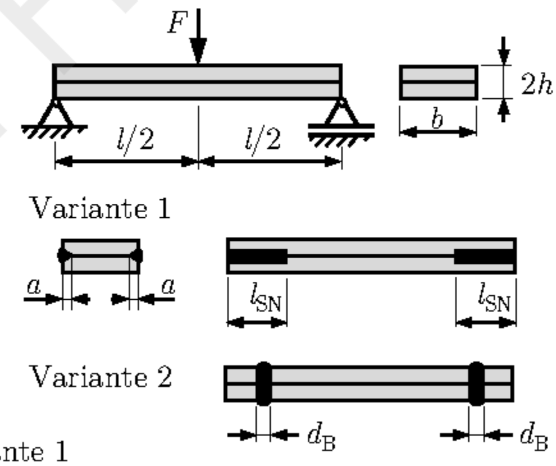
Lösung

Aufgabe 2.4.18

Ein Träger unter Querkraftbiegung soll als Verbund aus zwei Stahlblechen ausgeführt werden. Dafür sind zwei Varianten zu untersuchen.

Variante 1: Verschweißen auf der Länge l_{SN} gemäß Abbildung.

Variante 2: Verbindung der Träger mit 2 Bolzen aus Vergütungsstahl.



Gesucht:

1. Erforderliche Schweißnahtlänge für Variante 1
2. Erforderlicher Nietdurchmesser d_{B} für Variante 2

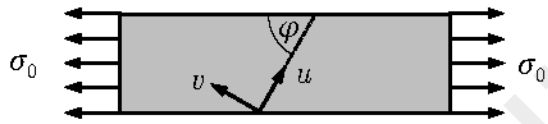
Zahlenwerte: $F = 12$ kN, $l = 1250$ mm, $h = 25$ mm, $b = 100$ mm, $a = 5$ mm,
zul. Schubspannung in Schweißnaht $\tau_{\mathrm{zul,SN}} = 65$ MPa,
zul. mittlere Schubspannung für Bolzen $\tau_{\mathrm{zul,B}} = 150$ MPa

Lösung

2.5 Allgemeine Beanspruchungszustände

Aufgabe 2.5.1

Ein auf Zug beanspruchtes Blech ist über eine schräg liegende Schweißnaht gefügt.



Gesucht:

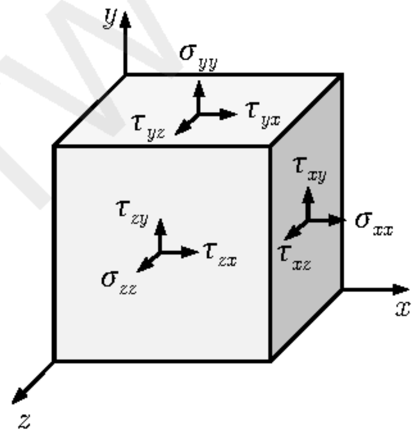
1. Normalspannung σ_v
2. Schubspannung τ_{uv}

Zahlenwerte: $\varphi = 60°$, σ_0

Lösung

Aufgabe 2.5.2

Gegeben sind die Koordinaten des Spannungstensors im räumlichen Spannungszustand.



Gesucht:

1. Hauptspannungen
2. maximale Schubspannung

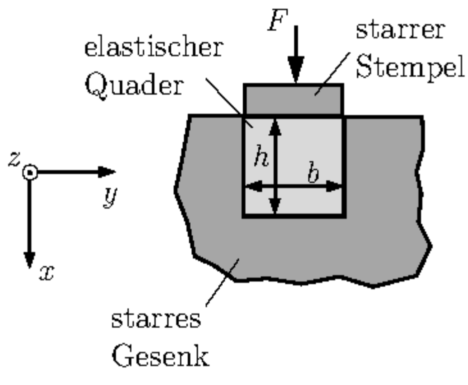
Hinweis: Die Lösung der kubischen Gleichung kann numerisch erfolgen.

Zahlenwerte: $\sigma_{xx} = 120$ MPa, $\tau_{xy} = 45$ MPa, $\tau_{xz} = 10$ MPa, $\sigma_{yy} = -85$ MPa, $\tau_{yz} = 20$ MPa, $\sigma_{zz} = 60$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.5.3

Ein Quader mit quadratischer Grundfläche aus elastischem, isotropen Material wird mit der Kraft F über einen starren Stempel in ein ebenfalls starres Gesenk gedrückt. Unbelastet passt der Quader spielfrei in das Gesenk. Aufgrund der Schmierung kann die Reibung zwischen Quader und Gesenk vernachlässigt werden.



Gesucht:

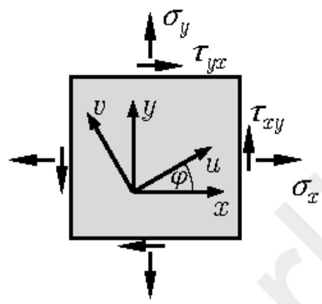
1. Spannungen σ_x, σ_y und σ_z
2. Stauchung des Quaders Δh

Zahlenwerte: $b = 16$ mm, $h = 18$ mm, $F = 2400$ N, $E = 2250$ MPa, $\nu = 0{,}4$

Lösung

Aufgabe 2.5.4

Gegeben ist der ebene Spannungszustand (ESZ) auf der freien Oberfläche eines Bauteils mit den Koordinaten des Spannungstensors:



$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} -250 & 50 \\ 50 & 80 \end{pmatrix} \text{ MPa}$$

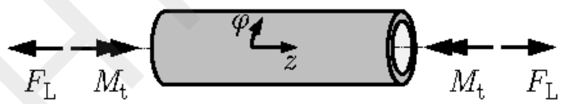
Gesucht:

1. Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen
2. Koordinaten des Spannungstensors im um $\varphi = 30°$ gedrehten Koordinatensystem (u,v)

Lösung

Aufgabe 2.5.5

Ein Edelstahlrohr (Außendurchmesser d_a, Wandstärke t) in einer chemischen Fertigungsanlage wird in einem geraden Abschnitt mit einer Längskraft F_L und auf einem Torsionsmoment M_t belastet.



Gesucht:

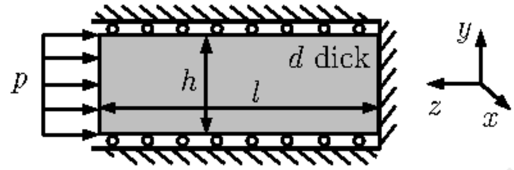
1. Darstellung des Spannungszustands auf einem Punkt auf der Bauteiloberfläche im gezeigten Polarkoordinatensystem (φ,z) (Skizze)
2. Koordinaten des Spannungstensors für diesen Punkt auf der Bauteiloberfläche im Koordinatensystem (φ,z)
3. Hauptspannungen und Hauptspannungsrichtungen, maximale Schubspannung
4. Angabe der Mehrachsigkeit des Spannungszustands auf der Oberfläche

Zahlenwerte: $d_a = 150$ mm, $t = 6$ mm, $F_L = 95$ kN, $M_t = 1500$ Nm

Lösung

Aufgabe 2.5.6

Eine rechteckige Scheibe ($h \times l \times d$) aus einer Al-Legierung wird durch den konstant verteilten Druck p belastet. Durch die reibungsfreie Führung ist die Verformung in y-Richtung behindert.



Gesucht:

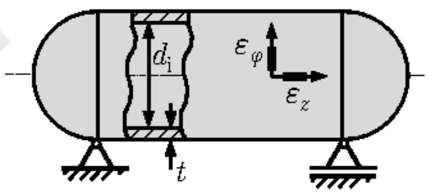
1. Längenänderung Δl
2. Dickenänderung Δd

Zahlenwerte: $h = 200$ mm, $l = 560$ mm, $d = 30$ mm, $E = 72.000$ MPa, $\nu = 0{,}33$, $p = 120$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.5.7

An einem stählernen Druckausgleichsbehälter für einen chemischen Prozess sind Dehnmessstreifen (DMS) zur Kontrolle des Innendrucks appliziert. Nach einem Havariefall werden die Dehnungsänderungen $\Delta\varepsilon_z$ und $\Delta\varepsilon_\varphi$ gemessen.



Gesucht:

Druckanstieg Δp_i

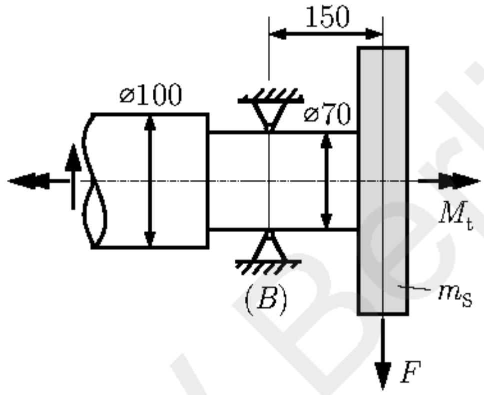
Zahlenwerte: $\Delta\varepsilon_z = 0{,}00636$ %, $\Delta\varepsilon_\varphi = 0{,}02701$ %, $d_i = 980$ mm, $t = 40$ mm, $E = 205.000$ MPa, $\nu = 0{,}3$

Lösung

2.6 Festigkeitshypothesen

Aufgabe 2.6.1

Der Querschnitt (B) an der Lagerstelle einer Triebwerkswelle aus Vergütungsstahl C40 mit außen aufgesetzter Riemenscheibe soll überprüft werden. An der Riemenscheibe wirkt die Riemenzugkraft F und die Riemenscheibe hat die Masse m_S. Die Triebwerkswelle soll bei der Drehzahl n die Leistung P übertragen. Die Maße in der Skizze sind in mm angegeben.



Gesucht:

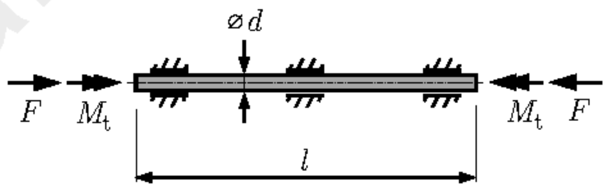
Vergleichsspannung im Querschnitt (B)

Zahlenwerte: $F = 5700$ N, $n = 100$ U/min, $P = 10{,}2$ kW, $m_S = 80$ kg, $g = 9{,}81$ m/s2

Lösung

Aufgabe 2.6.2

Die Antriebswelle eines Schiffspropellers aus Stahl (Länge l) ist auf Druck und Torsion beansprucht. Die Welle überträgt bei der Drehzahl n die Antriebsleistung $P_A = M_t \cdot 2\pi n$.



Gesucht:

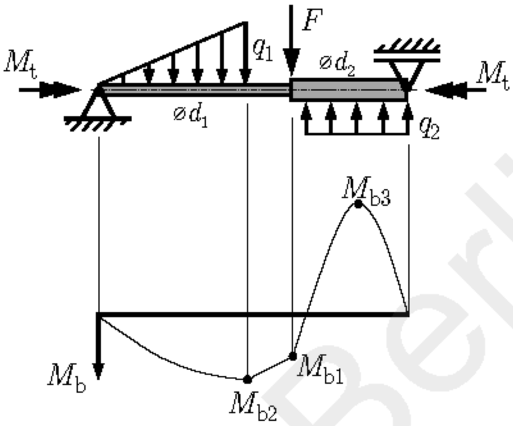
1. Schnittmoment Mt
2. Erforderlicher Durchmesser d_{min} für zulässigen Verdrehwinkel der Welle φ_{zul}
3. Auslastungsgrad für zulässige Spannung σ_{zul} (GEH)

Zahlenwerte: $F = 10^6$ N, $P_A = 3{,}6$ MW, $l = 10$ m, $n = 110$ U/min, $\varphi_{zul} = 5°$, $\sigma_{zul} = 205$ MPa, $E = 210.000$ MPa, $\nu = 0{,}3$

Lösung

Aufgabe 2.6.3

Gegeben ist eine abgesetzte Welle (Durchmesser d_1 und d_2) unter Biegung und Torsionsbelastung. Der Biegemomentenverlauf wurde bereits ermittelt und ist mit den charakteristischen Werten M_{b1}, M_{b2} und M_{b3} gegeben.



Gesucht:

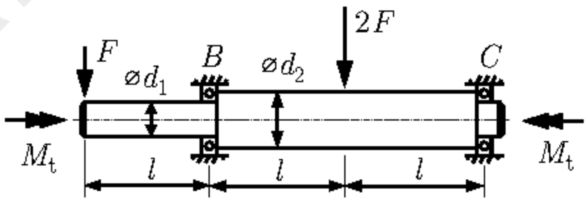
1. Ort und Größe der maximalen Vergleichsspannung (GEH)
2. Festigkeitsnachweis für geforderte Sicherheit gegen Fließen S_F
3. Gegebenenfalls Anpassung der Wellendurchmesser

Zahlenwerte: $d_1 = 90$ mm, $d_2 = 110$ mm, $M_t = 8{,}5$ kNm, $M_{b1} = 6{,}34$ kNm, $M_{b2} = 8{,}64$ kNm, $M_{b3} = -12{,}95$ kNm, $R_e = 210$ MPa, $S_F = 1{,}5$

Lösung

Aufgabe 2.6.4

Eine abgesetzte Welle aus Vergütungsstahl wird auf Biegung und Torsion beansprucht. Die Lagerung ist gelenkig (keine Momentenaufnahme).



Gesucht:

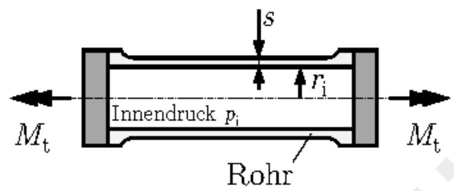
1. Ort und Größe der maximalen Vergleichsspannung (GEH)
   Hinweis: Nennspannungen, ohne Kerbwirkung
2. Verdrehwinkel zwischen Anfangs- und Endquerschnitt

Zahlenwerte: $F = 10$ kN, $M_t = 2{,}5$ kNm, $d_1 = 60$ mm, $d_2 = 80$ mm, $l = 500$ mm, $G = 80.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.6.5

Ein dünnwandiges Rohr aus duktilem Stahl steht unter dem Innendruck p_i und wird zusätzlich auf Torsion belastet.



Gesucht:

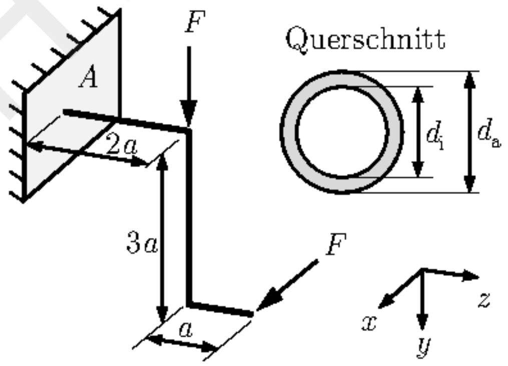
1. Maximale Vergleichsspannung im mittleren Bereich
2. Maximal zulässiges Torsionsmoment $M_{\mathrm{t,max}}$ für geforderte Sicherheit S_F gegen plastisches Fließen

Zahlenwerte: $r_\mathrm{i} = 80$ mm, $s = 5$ mm, $p_\mathrm{i} = 3$ MPa, $M_\mathrm{t} = 4$ kNm, $R_\mathrm{e} = 240$ MPa, $S_\mathrm{F} = 1{,}8$

Lösung

Aufgabe 2.6.6

Ein abgewinkelter Hebel mit Kreisringquerschnitt ist durch zwei Einzelkräfte belastet.



Gesucht:

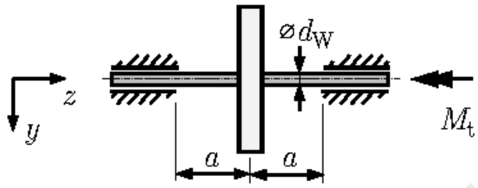
Erforderlicher Innendurchmesser für σ_{zul} nach der GEH

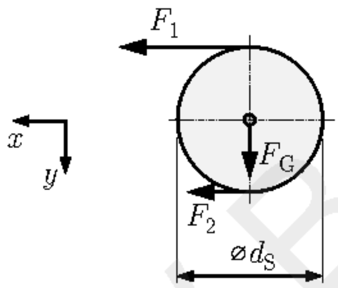
Zahlenwerte: $F = 350$ N, $a = 0{,}4$ m, $d_\mathrm{a} = 50$ mm, $\sigma_{\mathrm{zul}} = 180$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.6.7

Eine Riemenscheibe (Durchmesser d_S, Masse m_S) wird durch die Riemenkräfte F_1 und F_2 angetrieben. Die Wellenlager können Biegemomente aufnehmen (rotierende Einspannungen). Die Welle ist aus Baustahl (S355) hergestellt.





Gesucht:

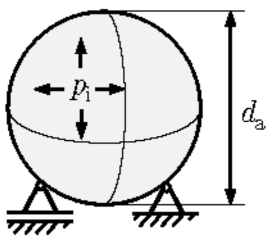
1. Ort und Größe von maximalem Biege- und Torsionsmoment
2. Erforderlicher Wellendurchmesser d_W, für geforderte Sicherheit gegen Fließen ($S_F = 1{,}8$)

Zahlenwerte: $F_1 = 800$ N, $F_2 = 450$ N,
$a = 250$ mm, $d_S = 300$ mm,
$m_S = 45$ kg, $R_e = 355$ MPa, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 2.6.8

Für einen kugelförmigen Hochdruckbehälter mit festen Konstruktionsmaßen sind 2 Varianten der Werkstoffauswahl zu untersuchen.



a) Baustahl S235

a) Grauguss EN-GJL-300

Gesucht:

1. Zulässiger Innendruck für a) bei geforderter Sicherheit gegen Fließen $S_F = 1{,}5$
2. Zulässiger Innendruck für b) bei geforderter Sicherheit gegen Bruch $S_B = 3{,}0$
3. Aufweitung des Durchmessers Δd unter Auslegungsdruck für beide Varianten

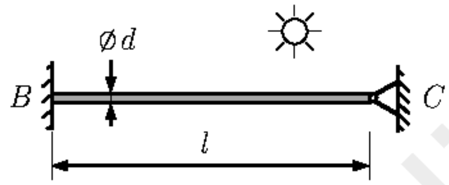
Zahlenwerte: $d_a = 400$ mm, $s = 10$ mm (Wandstärke)
S235: $R_e = 235$ MPa, $E = 210.000$ MPa, $\nu = 0{,}3$
EN-GJL-300: $R_m = 300$ MPa, $E = 108.000$ MPa, $\nu = 0{,}26$

Lösung

2.7 Stabilität

Aufgabe 2.7.1

Ein Stab aus S235 mit Rundquerschnitt ist bei Raumtemperatur zunächst spannungsfrei und wird anschließend bis zum Knicken homogen erwärmt.



Gesucht:

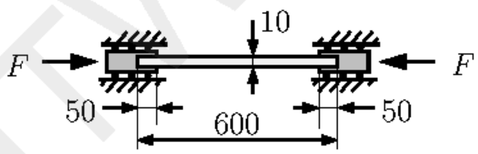
1. Untersuchung, ob elastisches oder inelastisches Knicken vorliegt
2. Temperaturerhöhung ΔT_{K}, die zum Knicken führt

Zahlenwerte: $d = 10$ mm, $l = 500$ mm, $\alpha = 12{,}2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{K}^{-1}$

Lösung

Aufgabe 2.7.2

Die Schieberstange einer Maschine wird auf Druck belastet. Die Stange ist ein Flachstab (Recheckquerschnitt $h \times b$). Die Maße in der Skizze sind in mm angegeben.



Gesucht:

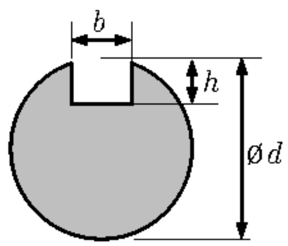
1. Knicksicherheit, wenn der Flachstab aus Baustahl S235 besteht
2. Knicksicherheit für C45

Zahlenwerte: Flachstab: $h = 10$ mm, $b = 20$ mm,
$F = 11{,}5$ kN, $\lambda_{0,\mathrm{S235}} = 105$, $\lambda_{0,\mathrm{C45}} = 73$

Lösung

Aufgabe 2.7.3

Eine Nähmaschinennadel aus Stahl (C45) mit dem skizzierten Querschnitt mit der Länge l ragt aus einer festen Einspannung heraus.



Gesucht:

1. Druck-Längskraft bei der die Nadel ausknickt
2. Vergleich mit überschlägiger Rechnung unter Vernachlässigung der Aussparung

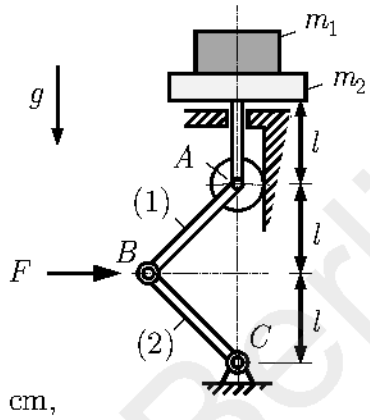
Hinweis: Die Behandlung der Aussparung als Rechteck ist für die Berechnung der Querschnittskenngrößen hinreichend genau.

Zahlenwerte: $h = 0{,}3$ mm, $b = 0{,}4$ mm, $d = 1{,}2$ mm, $l = 28$ mm,
$E = 210.000$ MPa, $\lambda_{0,\mathrm{C45}} = 73$

Lösung

Aufgabe 2.7.4

Die Kniehebel (1) und (2) einer Hubvorrichtung haben jeweils die Länge l_H und einen Vollkreisquerschnitt mit dem Durchmesser d_H. In der dargestellten Hebelstellung wirkt am Gelenk B die Kraft F, die das Gewicht von Plattform (m_2) und Last (m_1) im Gleichgewicht hält.



Gesucht:

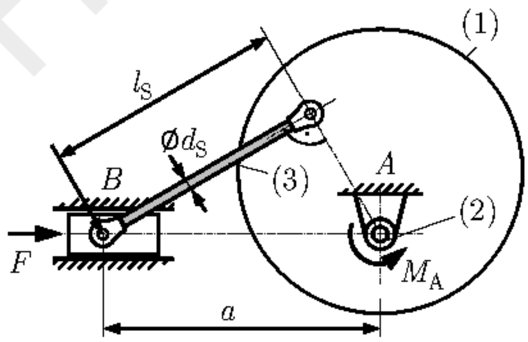
1. Haltekraft F
2. Knicksicherheit der Kniehebel, wenn diese aus Baustahl S235 gefertigt sind

Zahlenwerte: Kniehebel: $l_\mathrm{H} = 80$ cm, $d_\mathrm{H} = 20$ mm, $l = 60$ cm, $E = 210.000$ MPa, $m_1 = 350$ kg, $m_2 = 25$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 2.7.5

Ein Exzenterantrieb besteht aus dem Exzenter (1), der Antriebswelle (2) und der Exzenterstange (3), welche aus Stahl S235 mit Vollkreisquerschnitt gefertigt ist.



Gesucht:

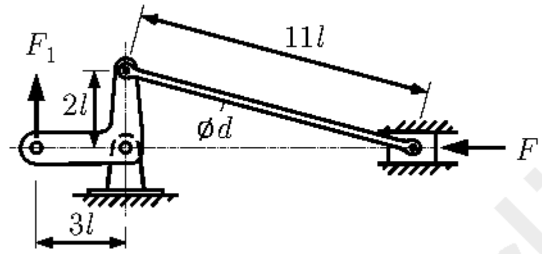
1. Zulässige Druckkraft $F_{\mathrm{S,zul}}$ in der Exzenterstange für geforderte Knicksicherheit $S_\mathrm{K} = 6$
2. Verkürzung der Exzenterstange Δl_S durch zulässige Druckkraft
3. Maximales Antriebsmoment M_A für geforderte Knicksicherheit

Zahlenwerte: $l_\mathrm{S} = 500$ mm, $d_\mathrm{S} = 15$ mm, $a = 548{,}3$ mm, $E = 210.000$ MPa

Lösung

Aufgabe 2.7.6

Der Querschnitt der Gelenkstange an einem Winkelhebel gemäß Abbildung ist zu dimensionieren.



Gesucht:

> Erforderlicher Durchmesser d_{erf} der Gelenkstange aus Baustahl S235 für die geforderte Knicksicherheit S_{K}

Zahlenwerte: $l = 50$ mm, $F_1 = 4000$ N, $E = 210.000$ MPa, $S_{\mathrm{K}} = 10$

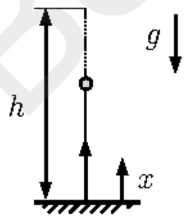
Lösung

3 Kinetik (TM3)

3.1 Kinematik

Aufgabe 3.1.1

Ein Stein wird bei $t = 0$ s senkrecht nach oben geworfen und trifft bei $t = t_1$ wieder in der Abwurfhöhe auf. Der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden.



Gesucht:

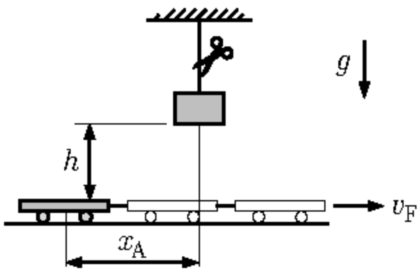
1. Abwurfgeschwindigkeit v_0
2. Erreichte Höhe h
3. Aufprallgeschwindigkeit v_1

Zahlenwerte: $t_1 = 4$ s, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.1.2

In einer Fertigungsanlage für Tiefkühlprodukte soll eine Kiste so aus der Höhe h abgeworfen werden, dass diese genau mittig auf der vorgegebenen Position des Förderbandes landet. Das Förderband bewegt sich mit konstanter Geschwindigkeit v_F. In welchem Abstand x_A muss die Arretierung der Kiste dafür gelöst werden?



Zahlenwerte: $h = 50$ cm, $v_F = 0{,}7$ m/s, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.1.3

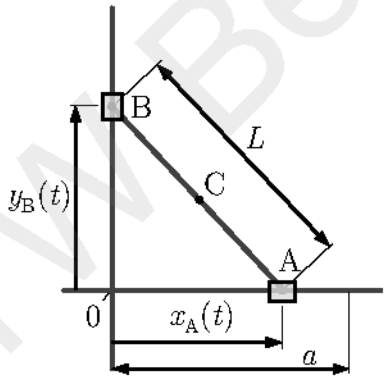
Ein Fahrstuhl fährt mit der Nenngeschwindigkeit v_N nach unten. Im Havariefall „Versagen der Halteseile“ greift die Fangvorrichtung bei der Geschwindigkeit v_F. Welche Bremsbeschleunigung a_B ist erforderlich, damit der Fahrstuhl ab dem Moment des Seilversagens maximal die Strecke s_{max} zurücklegt?

Zahlenwerte: $v_N = 3{,}8$ m/s, $v_F = 4{,}8$ m/s, $s_{max} = 3{,}2$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.1.4

Zwei Körper A und B sind über einen Stab der Länge l gekoppelt und bewegen sich jeweils auf geraden Führungsschienen. Der Körper A schwingt harmonisch um den Punkt 0 mit der Amplitude a und der Kreisfrequenz Ω. Zu Beginn der Bewegung $(t = 0)$ befindet sich A am Punkt 0.



Gesucht:

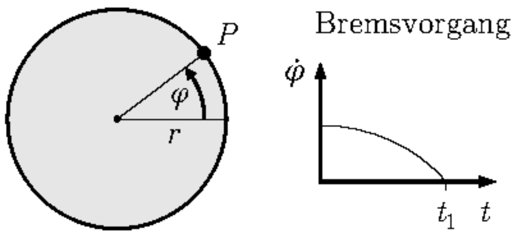
1. Weg-Zeit-Beziehung von A: $x_A(t)$
2. Kinematische Zusammenhänge $y_B(t)$ und $\dot{y}_B(t)$
3. Betrag der Geschwindigkeit des mittig auf der Stange liegenden Punktes $v_C(t)$

Gegeben: a, Ω, L

Lösung

Aufgabe 3.1.5

Ein Punkt P bewegt sich auf einer Kreisbahn (Radius r) mit der Drehzahl n_0. Zum Zeitpunkt $t_0 = 0$ s wird der Punkt abgebremst, so dass er zum Zeitpunkt t_1 zur Ruhe kommt. Während des Bremsvorgangs nimmt die Geschwindigkeit quadratisch ab.



Hinweis: Die Bremsbeschleunigung steigt bei t_0 mit Null beginnend an, so dass die Parabel $\dot{\varphi}(t)$ bei t_0 ihren Scheitelpunkt hat.

Gesucht:

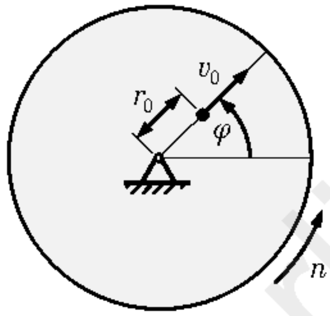
1. Anzahl der Umdrehungen des Punktes bis zum Stillstand
2. Betrag der auf den Punkt bei $t = 5$ s wirkenden Beschleunigung

Zahlenwerte: $r = 75$ cm, $n_0 = 350$ U/min, $t_1 = 10$ s

Lösung

Aufgabe 3.1.6

Auf einer Scheibe, die mit konstanter Drehzahl n rotiert, bewegt sich ein punktförmiger Körper mit konstanter Geschwindigkeit v_0 radial nach außen. Zum Zeitpunkt $t = 0$ befindet sich der Körper im Abstand r_0 vom Drehpunkt entfernt.



Gesucht:

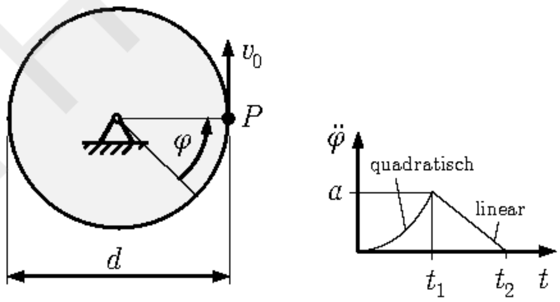
1. Beträge von Geschwindigkeit und Beschleunigung bei $t = 0$
2. Beträge von Geschwindigkeit und Beschleunigung bei $t = 4$ s

Zahlenwerte: $r_0 = 20$ cm, $v_0 = 20$ cm/s, $n = 6{,}0$ U/min

Lösung

Aufgabe 3.1.7

Ein Punkt P bewegt sich auf einer Kreisbahn zunächst mit konstanter tangentialer Bahngeschwindigkeit v_0. Zum Zeitpunkt $t = 0$ beginnt eine quadratische Zunahme der Winkelbeschleunigung von $\ddot{\varphi} = 0$ auf $\ddot{\varphi} = \alpha$ bei $t = t_1$ (Scheitelpunkt der Parabel bei $t = 0$). Anschließend erfolgt eine lineare Abnahme der Winkelbeschleunigung auf $\ddot{\varphi} = 0$ bis $t = t_2$.



Gesucht:

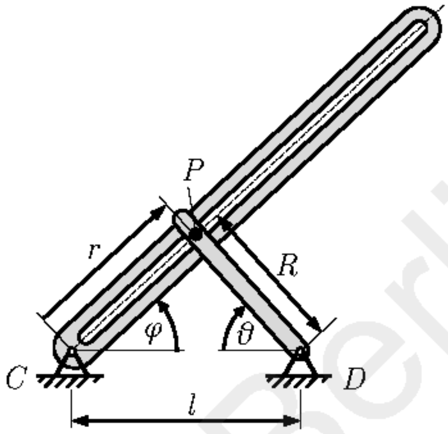
1. Betrag der Geschwindigkeit bei $t = t_1$
2. Betrag der Geschwindigkeit bei $t = t_2$

Zahlenwerte: $v_0 = 1$ m/s, $d = 4$ m, $\alpha = 1{,}8$ s^{-2}, $t_1 = 10$ s, $t_2 = 20$ s

Lösung

Aufgabe 3.1.8

Zwei drehbar gelagerte Stäbe sind über einen Schiebemechanismus verbunden. Der rechte Stab dreht sich mit konstanter Winkelgeschwindigkeit $\dot{\vartheta} = \omega$. Zum Zeitpunkt $t = 0$ s ist $\vartheta = \varphi = 0$.



Gesucht:

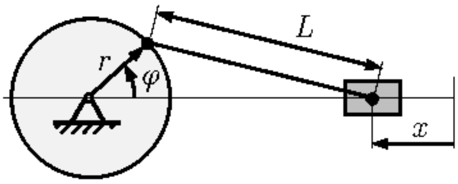
1. Koordinaten $r(t)$ und $\varphi(t)$ des Punktes P und Werte für $t = t_1$.
2. Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}(t)$ und Radialgeschwindigkeit $\dot{r}(t)$ des Punktes P und Werte für $t = t_1$.

Zahlenwerte: $l = 75$ mm, $R = 50$ mm, $\omega = 0{,}2\ \mathrm{s}^{-1}$, $t_1 = 1{,}5$ s

Lösung

Aufgabe 3.1.9

Die Antriebswelle eines zentrischen Schubkurbelmechanismus dreht sich mit konstanter Drehzahl $\varphi = \omega \cdot t$. Der Kolbenweg x beschreibt die Position des Kolbens als Abstand vom Umkehrpunkt.



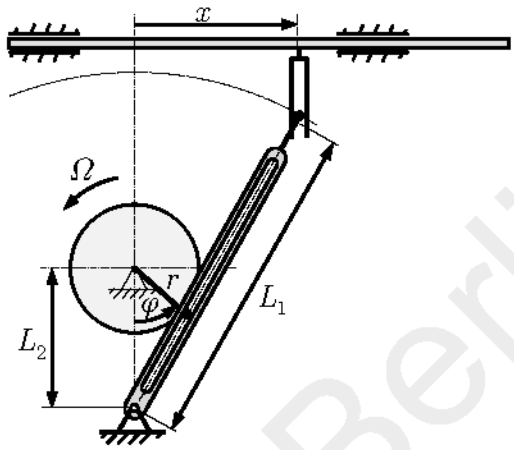
Gesucht:

1. Kolbenweg $x(t)$
2. Kolbengeschwindigkeit $\dot{x}(t)$
3. Kolbenbeschleunigung $\ddot{x}(t)$

Gegeben: ω, r, Pleuelstangenverhältnis $\lambda = r/L$

Lösung

Aufgabe 3.1.10



Der Stößelmechanismus in einer Verpackungsmaschine wird mit konstanter Winkelgeschwindigkeit Ω angetrieben.

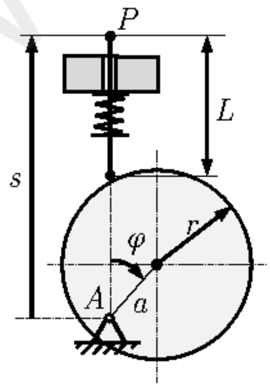
Gesucht:

1. $x(\varphi)$
2. $\dot{x}(\varphi)$

Gegeben: Ω, r, L_1, L_2

Lösung

Aufgabe 3.1.11



Eine kreisförmige Exzenterscheibe mit dem Radius r rotiert mit der Exzentrizität a und mit konstanter Drehzahl um den Drehpunkt A. Dadurch wird eine oszillierende Translationsbewegung des Stößels P erzeugt, der durch eine Feder beständig gegen die Exzenterscheibe gedrückt wird.

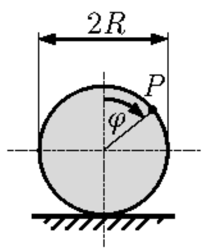
Gesucht:

1. $s(\varphi)$
2. $\dot{s}(\varphi)$
3. $\ddot{s}(\varphi)$

Gegeben: r, a, L, $\dot{\varphi} = \Omega = \text{konst.}$, $a/r = \lambda$

Lösung

Aufgabe 3.1.12



Ein Rad bewegt sich ohne Schlupf (reines Rollen) mit der bekannten Funktion $\varphi(t)$. Betrachtet wird der Punkt P auf dem Außenradius, der sich bei $\varphi = 0$ an der höchsten Stelle befindet.

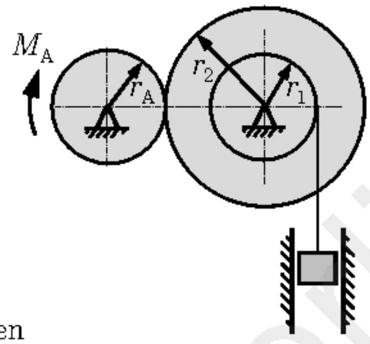
Gesucht:

1. Betrag der Geschwindigkeit des Punktes P: v_P
2. Überprüfung des Ergebnisses für $\varphi = 0$ mittels Momentanpol

Gegeben: R, $\varphi(t)$

Lösung

Aufgabe 3.1.13



Der abgebildete Aufzug wird über ein Zahnradpaar angetrieben. Es soll in einer späteren Aufgabe die Bewegung des zu hebenden Bauteils in Abhängigkeit vom Antriebsmoment M_A berechnet werden.

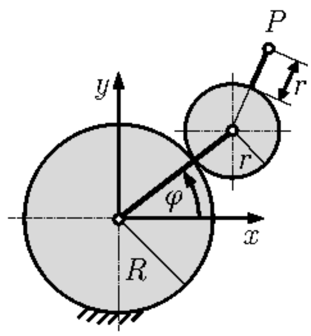
Gesucht:

1. Freiheitsgrad des Systems
2. Festlegung einer geeigneten generalisierten Koordinate und Formulierung der Zwangsbedingungen zu den freien Koordinaten

Gegeben: r_A, r_1, r_2

Lösung

Aufgabe 3.1.14



In einem Getriebe rollt ein Planetenrad (Radius r) mit konstanter Umlaufgeschwindigkeit $\dot{\varphi} = \Omega$ auf einem feststehenden Sonnenrad (Radius R) ab. Bei $t = 0$ ist $\varphi = 0$ und P liegt auf der x-Achse bei $x = R + 3r$.

Gesucht:

1. Ortsvektor von P $\vec{r}_P(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$
2. Geschwindigkeitsvektor $\dot{\vec{r}}_P(t) = \begin{pmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \end{pmatrix}$
3. Beschleunigungsvektor $\ddot{\vec{r}}_P(t) = \begin{pmatrix} \ddot{x}(t) \\ \ddot{y}(t) \end{pmatrix}$
4. Beträge von Geschwindigkeit und Beschleunigung

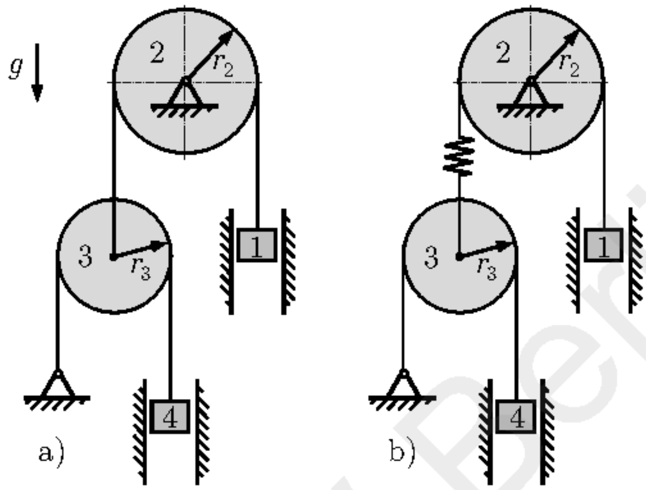
Lösung

Aufgabe 3.1.15

Für die beiden Mechanismen a) und b) sind die Zwangsbedingungen gesucht.

Gegeben: r_2, r_3

Lösung



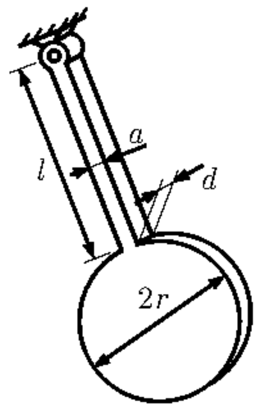
3.2 Kinetik starrer Körper

Aufgabe 3.2.1

Gesucht ist das Massenträgheitsmoment eines Pendels aus Stahl um die in der Abbildung gezeigte Drehachse.

Zahlenwerte: $l = 30$ cm, $r = 5$ cm, $a = 1$ cm, $d = 3$ cm, $\rho_{\text{Stahl}} = 7{,}85\ \text{kg/dm}^3$

Lösung

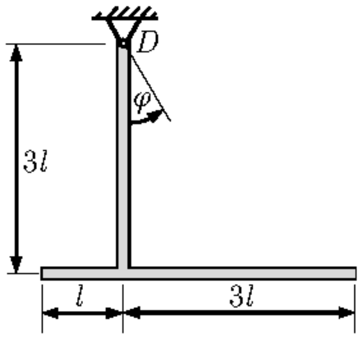


Aufgabe 3.2.2

Ein Bauteil besteht aus zwei zusammengeschweißten dünnen Rundstäben aus Stahl. Gesucht ist das Massenträgheitsmoment für die Rotation um den Aufhängepunkt D.

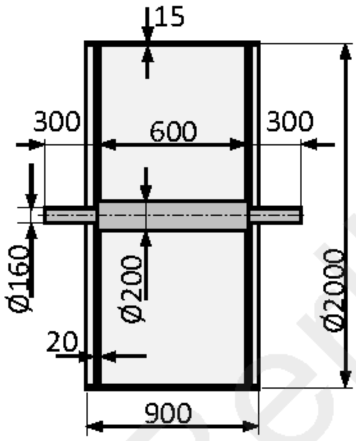
Zahlenwerte: Stabdurchmesser $d = 2$ cm, $l = 20$ cm, $\rho_{\text{Stahl}} = 7{,}85\ \text{kg/dm}^3$

Lösung



Aufgabe 3.2.3

Eine Seiltrommel aus Stahl besteht als Schweißkonstruktion aus der abgesetzten Welle, dem Mantelblech (Wandstärke 15 mm) und den zwei Seitenblechen (Wandstärke jeweils 20 mm). Gesucht ist das Massenträgheitsmoment bezogen auf die Rotationsachse.

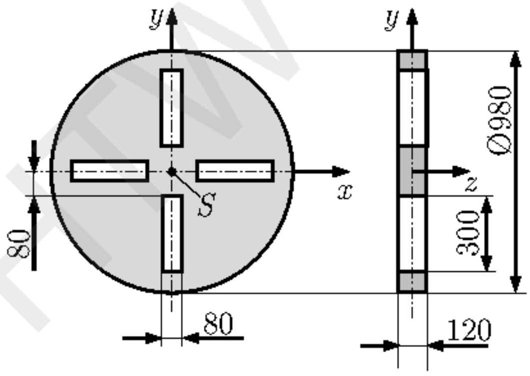


Zahlenwerte: Skizzenmaße in mm, $\rho_{\text{Stahl}} = 7{,}85\ \text{kg/dm}^3$

Lösung

Aufgabe 3.2.4

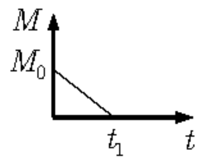
Ein Rotor aus Vergütungsstahl mit rechteckförmigen Aussparungen rotiert mit konstanter Drehzahl n_0 um die $z-$Achse. Bei $t = 0$ beginnend fängt ein der Bewegung entgegen gerichtetes Bremsmoment an zu wirken, das bis $t = t_1$ linear auf den Wert Null abnimmt.



Gesucht:

1. Massenträgheitsmoment bezüglich der Rotationsachse $J_{S,z}$
2. Drehzahl n_1 nach Beendigung des Bremsvorgangs bei $t = t_1$
3. Anzahl der Umdrehungen im Zeitraum $t = 0 \ldots 2 \cdot t_1$

Bremsmoment

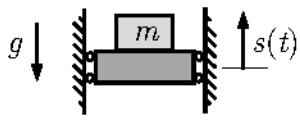


Zahlenwerte: Skizzenmaße in mm, $\rho_{\text{Stahl}} = 7{,}85\ \text{kg/dm}^3$,
$n_0 = 1500\ \text{U/min}$, $M_0 = 120\ \text{Nm}$, $t_1 = 15\ \text{s}$

Lösung

Aufgabe 3.2.5

Ein Rütteltisch schwingt harmonisch in vertikaler Richtung mit der Amplitude $\hat{s}$: $s(t) = \hat{s} {\cdot} \sin(\Omega t)$. Bei welcher Frequenz $f_{\max}$ hebt ein lose darauf liegendes Bauteil der Masse m ab?

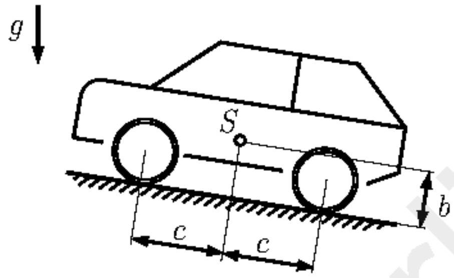


Zahlenwerte: $m = 15\ \text{kg}$, $\hat{s} = 15\ \text{mm}$, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Lösung

Aufgabe 3.2.6

Für einen PKW soll auf einer verschneiten Bergstraße mit einer Steigung von 10 % untersucht werden, welche maximale Beschleunigung mit dem angenommenen Haftreibungskoeffizienten zwischen Reifen und Schnee μ_0 maximal erreichbar ist.



Die Massenträgheitsmomente der Räder und die Schwerpunktänderung infolge Einfederung des Fahrwerks sollen in diesem vereinfachten Starrkörpermodell des PKW vernachlässigt bleiben.

Gesucht sind die theoretisch möglichen maximalen Beschleunigungen für:

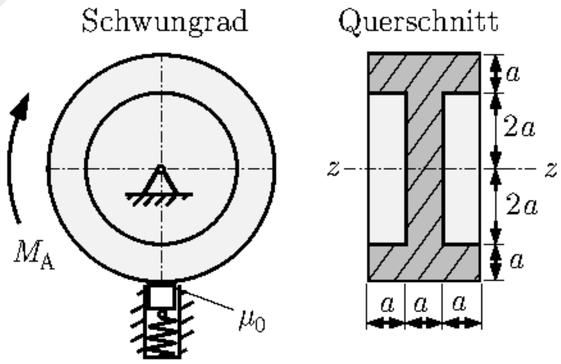
1. Allradantrieb
2. Vorderradantrieb
3. Hinterradantrieb

Zahlenwerte: $b = 0{,}5$ m, $c = 1{,}6$ m, $\mu_0 = 0{,}25$, Steigung: 10 %, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.2.7

Ein Schwungrad aus Stahl rotiert um die z-Achse. Dabei wirkt ein Bremsmoment, das über die Reibbremse mit der konstanten Federvorspannkraft F_{RB} aufgebracht wird, der Bewegung entgegen.



Gesucht:

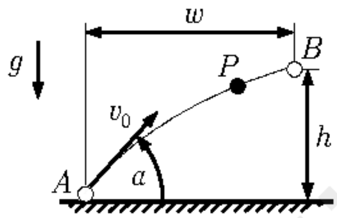
1. Dauer Δt_1 um Schwungrad aus der Ruhe heraus mit konstantem Antriebsmoment M_{A} auf die Drehzahl n_1 zu beschleunigen
2. Dauer Δt_2 bis Schwungrad nach Abschalten des Antriebs wieder zum Stillstand kommt.

Zahlenwerte: $a = 15$ cm, $\rho_{\mathrm{Stahl}} = 7{,}85$ kg/dm^3, $n_1 = 300$ U/min, $M_{\mathrm{A}} = 60$ Nm, $F_{\mathrm{RB}} = 50$ N, $\mu_0 = 0{,}2$

Lösung

Aufgabe 3.2.8

Ein als Punktmasse idealisierter Körper P wird mit der Anfangsgeschwindigkeit v_0 abgeschossen und soll in der Entfernung w und der Höhe h den Punkt B erreichen. Der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden.



Gesucht:

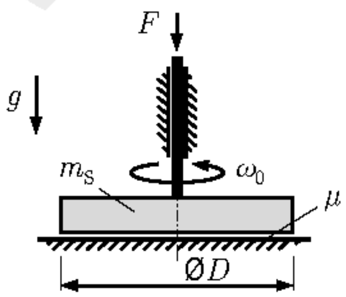
1. Wurfparabel $y(x)$
2. Erforderlicher Abwurfwinkel α
3. Mindestabschussgeschwindigkeit $v_{0,\mathrm{min}}$ und zugehöriger Winkel α_{min}, um B überhaupt zu erreichen

Zahlenwerte: $v_0 = 40$ m/s, $w = 80$ m, $h = 25$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.2.9

Eine mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 rotierende kreiszylindrische Schwungscheibe der Masse m_S wird mit der Kraft F gegen eine Ebene gepresst, so dass sie abgebremst wird. Zwischen der Scheibe und der Ebene wirkt der Gleitreibungskoeffizient μ. Die Flächenpressung wird als konstant angenommen.
Hinweis: Das übertragbare Reibmoment einer mit dem konstanten Druck p belasteten Kreisscheibe ergibt sich zu:



$$M_R = \int_{D_i/2}^{D_a/2} \int_0^{2\pi} (\mu p r) r \, \mathrm{d}\varphi \, \mathrm{d}r$$

Gesucht:

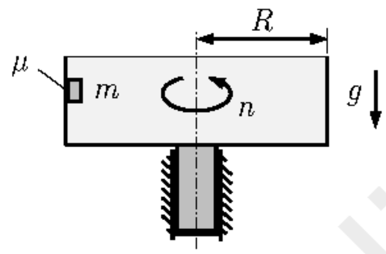
1. Auf Scheibe bremsend wirkendes Reibmoment M_R
2. Bremsbeschleunigung $\ddot{\varphi}$
3. Dauer des Bremsvorgangs bis zum Stillstand.
4. Umdrehungen n_B bis zum Stillstand

Zahlenwerte: $D = 1{,}2$ m, $m_S = 600$ kg, $\mu = 0{,}3$, $g = 9{,}81$ m/s^2, $F = 4$ kN, $\omega_0 = 2500$ s^{-1}

Lösung

Aufgabe 3.2.10

In einer schnell drehenden Zentrifuge wird ein Körper infolge der Fliehkräfte an die Wand gedrückt. Der Haftreibungskoeffizient zwischen Körper und Wand ist μ. Die Drehzahl wird langsam abgesenkt. Gesucht ist die Drehzahl n_{min}, bei welcher der Körper beginnt nach unten zu rutschen.

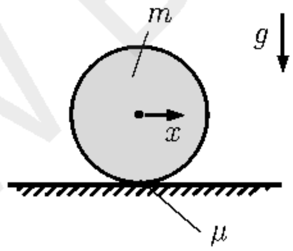


Zahlenwerte: $R = 40$ cm, $\mu = 0{,}25$, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Lösung

Aufgabe 3.2.11

Eine Bowlingkugel wird rotationsfrei mit der Geschwindigkeit $\dot{x}_0$ auf eine Bowlingbahn aufgesetzt. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Bowlingkugel und -bahn ist μ.



Gesucht:

1. Freiheitsgrad der Bewegung
2. Zeit t_1 bis Bowlingkugel nur noch rollt und nicht mehr gleitet
3. Strecke x_1 bis zum Übergang zum reinen Rollen
4. Geschwindigkeit $\dot{x}_1$ beim Übergang zum reinen Rollen

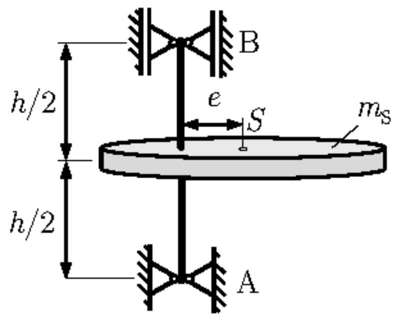
Zahlenwerte: $\dot{x}_0 = 4$ m/s, $\mu = 0{,}1$, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Lösung

Aufgabe 3.2.12

Eine Scheibe der Masse m_S rotiert mit konstanter Drehzahl n. Sie ist dabei exzentrisch an einer starren Welle mit vernachlässigbarer Masse in A und B gelenkig gelagert.

Berechnen Sie die Reaktionskräfte in den Lagern und vergleichen diese mit den Werten bei stillstehender Scheibe.

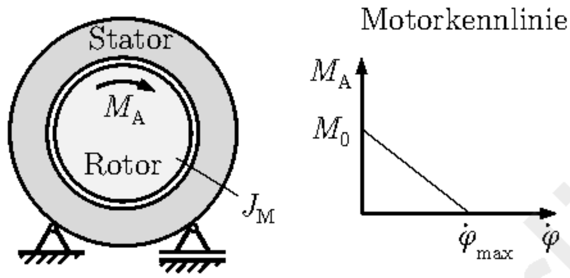


Zahlenwerte: $n = 500$ U/min, $m_S = 15$ kg,
$h = 500$ mm, $e = 10$ mm, $g = 9{,}81\ \text{m/s}^2$

Lösung

Aufgabe 3.2.13

Ein Elektromotor (Gleichstrommaschine mit Fremdschluss) wird aus dem Stillstand lastfrei auf die maximale Drehgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_{\mathrm{max}}$ hochgefahren. Dabei wirkt auf den Rotor mit dem Massenträgheitsmoment J_{M}) das Antriebsmoment M_{A} entsprechend der gegebenen Motorkennlinie.



Gesucht:

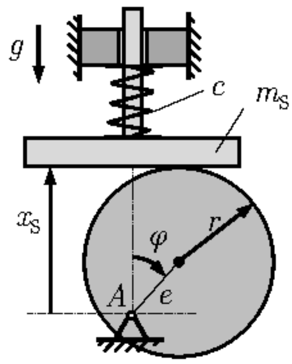
1. Bewegungsgleichung
2. Allgemeine Lösung der Differentialgleichung für $\varphi(t)$ und $\dot{\varphi}(t)$
3. Drehzahl nach $t_1 = 4$ s und nach $t_1 = 10$ s

Zahlenwerte: $\dot{\varphi}_{\mathrm{max}} = 325\ \mathrm{s}^{-1}$, $J_{\mathrm{M}} = 0{,}03\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$, $M_0 = 5{,}0$ Nm

Lösung

Aufgabe 3.2.14

Bei einem Nockentrieb wird der Stößel (Masse m_{S}) durch eine mit konstanter Drehzahl ω und der Exzentrizität e rotierenden Kreisscheibe, den Nocken, bewegt. Um das Abheben des Stößels zu verhindern, wird diese mittels einer Druckfeder gegen den Nocken gedrückt. Die Feder hat die Federkonstante c und die Vorspannkraft F_0 (mittlere Lage beim Nockenwinkel $\varphi = 90°$).



Gesucht:

1. Zusammenhänge $x_{\mathrm{S}}(\varphi)$ und $\ddot{x}_{\mathrm{S}}(\varphi)$
2. Normalkraft zwischen Nocken und Stößel F_{N}
3. Kritische Drehzahl n_{krit} bei welcher der Stößel vom Nocken abhebt

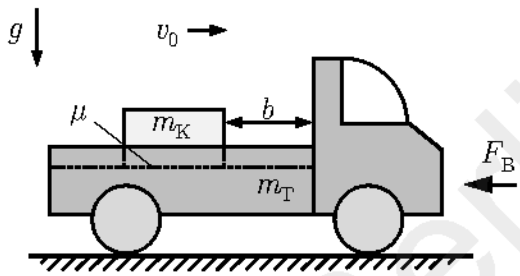
Zahlenwerte: $m_{\mathrm{S}} = 80$ g, $e = 20$ mm, $g = 9{,}81\ \mathrm{m/s^{-2}}$,
$F_0 = 150$ N, $c = 5000$ N/m

Lösung

3.3 Kinetik von Starrkörpersystemen

Aufgabe 3.3.1

Ein Transporter (Masse m_T) transportiert eine ungesicherte Ladung (Masse m_K) und fährt mit konstanter Geschwindigkeit v_0, als es zur Notbremsung kommt. Diese erfolgt mit der konstanten Bremskraft F_B. Zwischen Ladung und Ladefläche wirkt der Reibwert μ (Haftreibung ≈ Gleitreibung). Kippen der Ladung kann aufgrund ihrer tiefen Schwerpunktlage ausgeschlossen werden.



Hinweis: Die Massenträgheitsmomente der Räder sowie die Einfederung des Fahrwerks sollen in diesem vereinfachten Starrkörpermodell des Fahrzeugs vernachlässigt bleiben.

Gesucht:

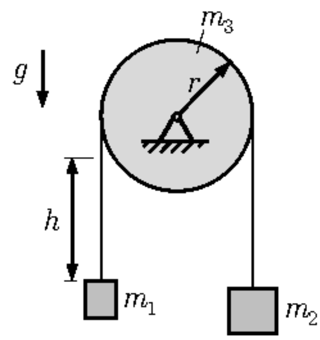
1. Überprüfung auf Rutschen der Ladung beim Bremsen
2. Geschwindigkeit v_c, mit der die Ladung auf das Fahrerhaus prallt.

Zahlenwerte: $m_T = 2800$ kg, $m_K = 300$ kg, $\mu = 0{,}15$, $F_B = 22{,}0$ kN, $b = 1$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.3.2

Mit der nach ihrem Erfinder George Atwood benannten Fallmaschine lassen sich zur Fallbeschleunigung beliebig verringerte Beschleunigungen einstellen. Dabei sind zwei Körper mit den Massen m_1 und m_2 durch ein Seil über eine reibungsfrei drehbare zylindrische Rolle verbunden. Die Seilreibung lässt zu keiner Zeit Rutschen zu. Zunächst ist die Rolle fest arretiert.



Gesucht:

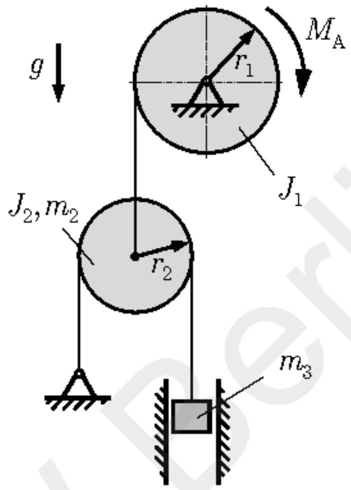
1. Beschleunigung des Körpers der Masse m_1 in Abhängigkeit von m_2 und m_3 nach Lösen der Arretierung
2. Dauer bis nach Beginn der Bewegung der Körper der Masse m_1 an die Rolle anschlägt, also die Höhe h erreicht hat
3. Seilkräfte auf beiden Seiten der Rolle im Vergleich zur statischen Belastung im Ruhezustand

Zahlenwerte: $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 12$ kg, $m_3 = 20$ kg, $r = 40$ cm, $h = 1{,}8$ m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.3.3

Ein System aus zwei Rollen und einer Kiste wird durch das Moment M_A angetrieben. Die Rollen und die Kiste sind über 2 Seile miteinander verbunden. Die Bewegung erfolgt aus der Ruhe heraus.



Gesucht:

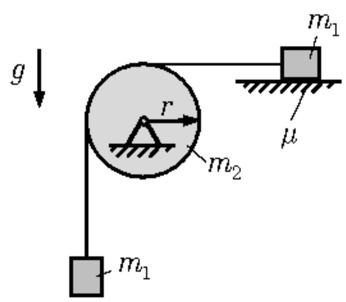
1. Bewegungsgleichung für die Bewegung der Kiste (ohne Zahlenwerte)
2. Konstantes Antriebsmoment $M_{A,1}$, um die Kiste innerhalb der Zeit Δt_1 auf die Geschwindigkeit v_1 zu beschleunigen
3. Moment $M_{A,2}$ für die anschließende Bewegung der Kiste mit konstanter Geschwindigkeit v_1
4. Seilkraft zwischen beiden Rollen für a) beschleunigte und b) konstante Bewegung der Kiste

Zahlenwerte: $J_1 = 0{,}13$ kgm^2, $r_1 = 0{,}2$ m, $J_2 = 0{,}06$ kgm^2, $m_2 = 5$ kg, $r_2 = 0{,}15$ m, $m_3 = 12$ kg, $g = 9{,}81$ m/s^2, $v_1 = 6$ m/s, $t_1 = 5$ s

Lösung

Aufgabe 3.3.4

Zwei Körper der Masse m_1 sind über ein Seil verbunden, das über eine zylindrische Rolle mit der Masse m_2 ohne Schlupf geführt ist. Die Bewegung erfolgt aus der Ruhe heraus.



Gesucht:

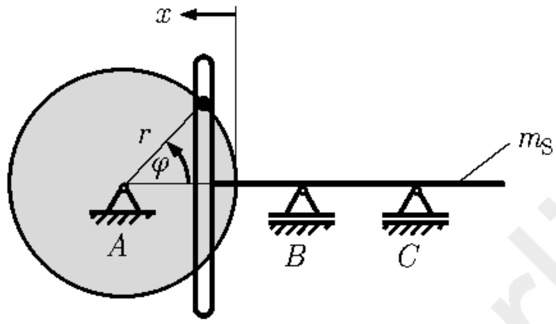
1. Drehbeschleunigung der Rolle $\ddot{\varphi}$
2. Anzahl der Umdrehungen der Rolle nach $t = 4$ s

Zahlenwerte: $m_1 = 10$ kg, $m_2 = 20$ kg, $r = 40$ cm, $g = 9{,}81$ m/s^2, $\mu = 0{,}5$

Lösung

Aufgabe 3.3.5

Eine Schubstange der Masse m_S wird durch eine rotierende Scheibe mit konstanter Drehzahl n angetrieben. Die Kopplung erfolgt durch einen Bolzen, der reibungsfrei in der Führung der Schubstange gleiten kann.



Gesucht:

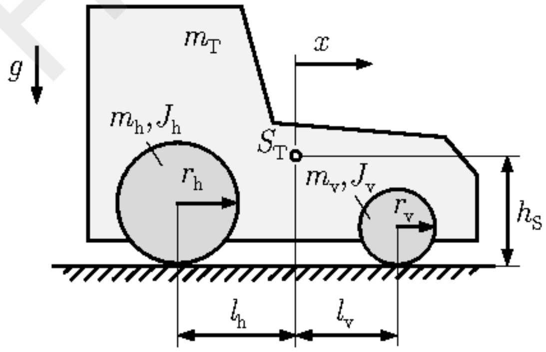
1. Maximalwerte der Bolzenkraft und der Auflagerreaktionen in A (unter Vernachlässigung des Eigengewichts der Scheibe)
2. Erforderliches Antriebsmoment der Scheibe $M_A(t)$
3. Maximales Antriebsmoment $M_{A,max}$

Zahlenwerte: $m_S = 600$ g, $r = 150$ mm, $n = 800$ U/min

Lösung

Aufgabe 3.3.6

Ein Traktor wird mit dem auf die Hinterradachse wirkenden Antriebsmoment angetrieben. Der Traktor hat ohne Räder die Masse m_T und den Schwerpunkt S_T. Außerdem sind die Trägheiten jedes Vorderrades m_v, J_v und jedes Hinterrades m_h, J_h bekannt.



Gesucht:

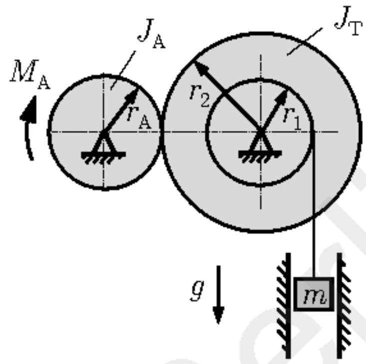
1. Bewegungsgleichung für x
2. Maximal mögliches Antriebsmoment $M_{A,max}$ ohne Abheben der Vorderräder unter der Annahme, dass Hinterräder nicht durchdrehen (reines Rollen)

Zahlenwerte: $h_S = 1260$ mm, $m_T = 5000$ kg, $r_h = 650$ mm, $m_h = 350$ kg, $J_h = 70$ kgm^2, $r_v = 400$ mm, $m_v = 150$ kg, $J_v = 11{,}5$ kgm^2, $l_h = 1000$ mm, $l_v = 1800$ mm, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.3.7

Mit dem Aufzug aus Aufgabe 3.1.13 soll eine Last der Masse m gehoben werden. Das Anfahren auf die Hubgeschwindigkeit v_1 soll gleichmäßig beschleunigt in der Zeit Δt_1 erfolgen. Anschließend wird die Geschwindigkeit konstant gehalten.



Gesucht:

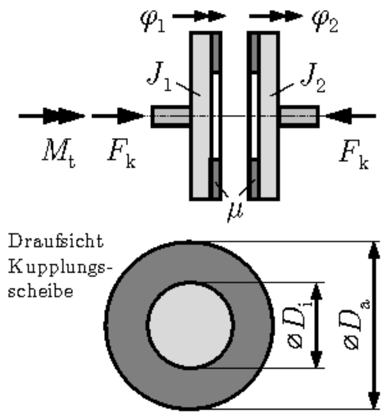
1. Erforderliches Antriebsmoment während des beschleunigten Anfahrens $M_{A,1}$
2. Antriebsmoment $M_{A,2}$ für gleichförmiges Heben
3. Dauer Δt_2 in der die zu hebende Last zum Stillstand kommt, nachdem der Antrieb komplett ausgeschaltet wird

Zahlenwerte: $J_A = 0{,}6$ kg·m^2, $J_T = 10$ kg·m^2, $m = 1200$ kg, $r_A = 200$ mm, $r_1 = 150$ mm, $r_2 = 600$ mm, $v_1 = 4$ m/s, $\Delta t_1 = 10$ s, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.3.8

Untersucht wird der Kupplungsvorgang einer Reibungskupplung. Dabei werden zwei Scheiben mit ringförmiger Kupplungsfläche mit der Kraft F_k zusammengedrückt, um das Drehmoment M_t zu übertragen. Zu Beginn des Kupplungsvorgangs dreht sich die Scheibe 1 mit $\dot{\varphi}_1 = \omega_1$ und die Scheibe 2 steht still.



Gesucht:

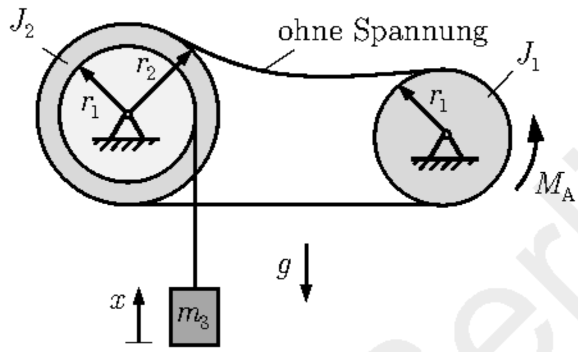
1. Übertragenes Reibmoment M_R während des Kuppelns
2. Dauer des Kupplungsvorgangs t_k
3. Winkelgeschwindigkeit der Scheiben am Ende des Kupplungsvorgangs

Zahlenwerte: $J_1 = 2$ kg·m^2, $J_2 = 5$ kg·m^2, $M_t = 400$ Nm, $F_k = 4500$ N, $\mu = 0{,}45$, $D_a = 400$ mm, $D_i = 300$ mm, $\omega_1 = 250$ s^{-1}

Lösung

Aufgabe 3.3.9

Eine Seiltrommel zum Heben eines Bauteils der Masse m_3 wird über einen Riementrieb mit dem Moment M_A angetrieben. Zu Begin $t = 0$ dreht sich die Antriebswelle mit n_0.



Hinweis: Die Kraftübertragung bei einem Riementrieb erfolgt nur auf einer Seite (dem Zugtrum), hier unten liegend.

Gesucht:

1. Beschleunigung $\ddot{x}$
2. Zugkraft im Riemen (Zugtrum)
3. Geschwindigkeit $\dot{x}(t{=}5\text{ s})$
4. Zeit t_2 bis sich Geschwindigkeit $\dot{x}$ im Vergleich zu $\dot{x}(t{=}5\text{ s})$ verdoppelt hat

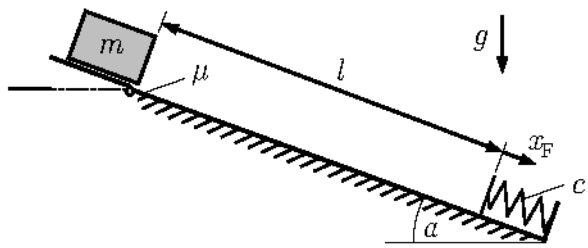
Zahlenwerte: $J_1 = 4$ kg·m^2, $J_2 = 2$ kg·m^2, $m_3 = 50$ kg, $M_\mathrm{A} = 70$ Nm,
$r_1 = 200$ mm, $r_2 = 300$ mm, $g = 9{,}81$ m/s^2, $n_0 = 20$ U/min

Lösung

3.4 Impuls-, Arbeits- und Energiesätze

Aufgabe 3.4.1

Als Teil einer Sortieranlage für Pakete in einem Logistikzentrum dient eine Rampe (Länge l, Neigungswinkel α), auf der die nach Gewicht sortierten Kisten herunterrutschen und durch einen elastischen Anschlag (Federsteifigkeit c, Masse vernachlässigbar) abgebremst werden. Zwischen Paket und Rampe wirkt Gleitreibung mit dem Reibkoeffizienten μ.



Gesucht:

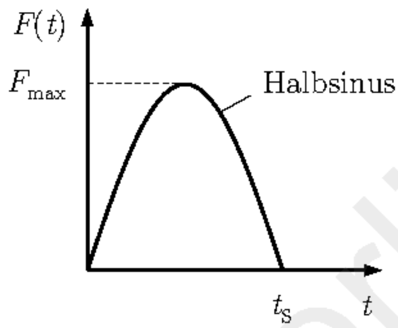
1. Geschwindigkeit v_1 der Kiste am Anschlag
2. Dauer t_1 bis die Kiste den Anschlag erreicht
3. Maximale Federkraft $F_{\mathrm{F,max}}$

Zahlenwerte: $m = 5$ kg, $\mu = 0{,}2$, $c = 15$ N/mm, $l = 1{,}8$ m,
$\alpha = 20°$, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.4.2

Beim Abschlag eines Golfballs (Masse m) wird mit einer Hochgeschwindigkeitskamera die Abschussgeschwindigkeit v_1 und die Dauer des vom Schläger auf den Ball wirkenden Kraftstoßes ermittelt. Es wird angenommen, dass der Stoß mit einem halbsinusförmigen Kraft-Zeit-Verlauf beschrieben werden kann.



Gesucht:

1. Ansatz für $F(t)$ ohne Zahlenwerte
2. Maximale Kraft während des Stoßes F_{max}

Zahlenwerte: $m = 45$ g, $t_S = 80$ ms, $v_1 = 75$ m/s

Lösung

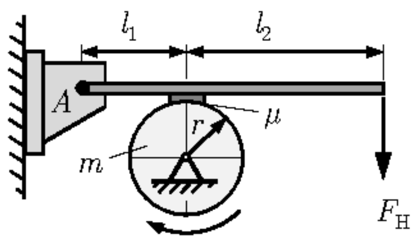
Aufgabe 3.4.3

Berechnen Sie Aufgabe 3.2.4 dieser Aufgabensammlung unter Anwendung des Impulssatzes.

Lösung

Aufgabe 3.4.4

Mit der Handbackenbremse aus Aufgabe 1.7.3 wird eine mit der Drehzahl n_0 rotierende zylindrische Welle der Masse m durch die Bremskraft F_H bis zum Stillstand abgebremst.



Gesucht:

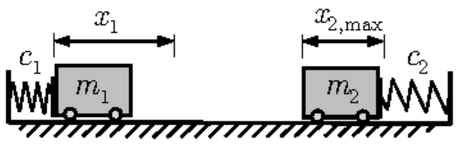
1. Umdrehungen während des Bremsvorgangs
2. Dauer des Bremsvorgangs

Zahlenwerte: $F_H = 200$ N, $l_1 = 300$ mm, $l_2 = 600$ mm, $\mu = 0{,}4$, $r = 160$ mm, $m = 18$ kg, $n_0 = 3600$ U/min

Lösung

Aufgabe 3.4.5

Zwei Körper der Massen m_1 und m_2 können sich reibungsfrei bewegen. In der Ausgangsposition liegt Körper 1 an einer um x_1 zusammengedrückten Druckfeder an. Nach dem Loslassen stößt er vollplastisch gegen Körper 2, der an einer entspannten Druckfeder anliegt.



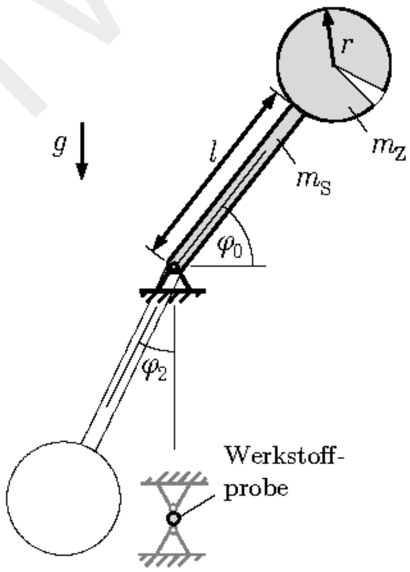
Gesucht ist der maximale Federweg $x_{2,\max}$.

Zahlenwerte: $c_1 = 50$ N/cm, $c_2 = 200$ N/cm, $m_1 = 8$ kg, $m_2 = 4$ kg, $x_1 = 3$ cm

Lösung

Aufgabe 3.4.6

Mit dem Kerbschlagbiegeversuch genormt nach DIN EN ISO 148-1 wird mittels der Kerbschlagarbeit die Kerbschlagzähigkeit bei metallischen Werkstoffen bestimmt. Dabei wird die Werkstoffprobe mit dem abgebildeten Pendelschlagwerk zerschlagen. Es besteht aus einem Stab (Masse m_S) und einem Kopf (Masse m_Z), der in guter Näherung als homogener Zylinder betrachtet werden kann. In der Ausgangslage φ_0 wird die Arretierung gelöst und nach dem Schlag die Lage im Umkehrpunkt φ_2 gemessen.



Gesucht:

1. Geschwindigkeit ω_1 und Energie des Pendelhammers direkt vor dem Schlag
2. Verrichtete Kerbschlagarbeit W_S

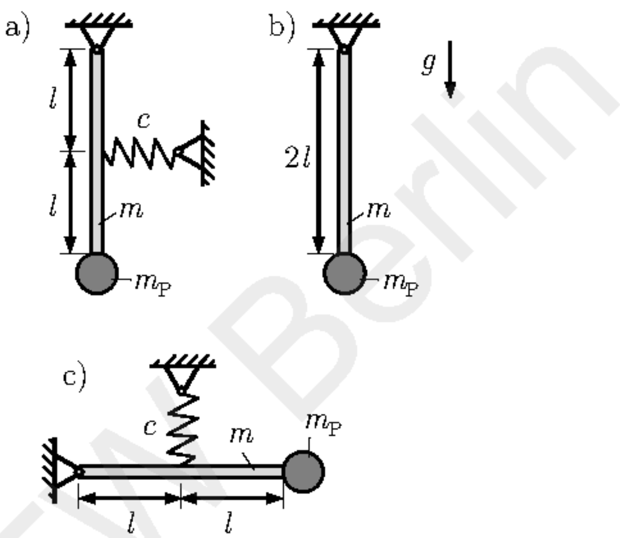
Zahlenwerte: $m_S = 4$ kg, $m_Z = 20$ kg, $l = 500$ mm,
$r = 150$ mm, $\varphi_0 = 50°$, $\varphi_2 = 33°$, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

3.5 Freie Schwingungen

Aufgabe 3.5.1

Ein Bauteil besteht aus einem dünnen homogenen Stab der Masse m mit einer konzentrierten Masse m_P am Ende (Idealisierung als Punktmasse). Für die drei verschiedenen Lagerungen a), b) und c) sind die Eigenfrequenzen f_0 und Periodendauern der Schwingung T zu berechnen. Hinweis: Die Schwingung erfolgt mit kleinen Amplituden.

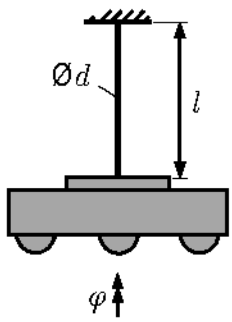


Zahlenwerte: $m = 3$ kg, $m_P = \frac{1}{3}m$, $l = 0{,}5$ m, $c = 10$ N/cm, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.5.2

Für ein rotationssymmetrisches Bauteil soll in einem Ausschwingversuch das Massenträgheitsmoment bestimmt werden. Dazu wird es in der Symmetrieachse an einem Metalldraht (Durchmesser d, Länge l) aufgehangen und die Periodendauer T der freien Drehschwingung gemessen.



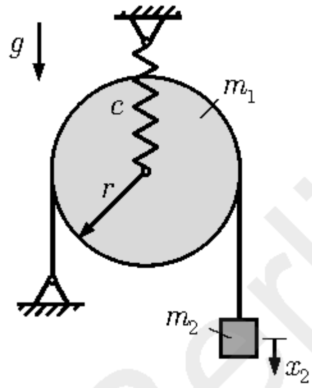
Gesucht:

1. Torsionsfedersteifigkeit des Drahts c_T
2. Massenträgheitsmoment des Bauteils J

Zahlenwerte: $d = 3$ mm, $l = 0{,}5$ m, $G_{\text{Stahl}} = 81.000$ MPa, $T = 3{,}91$ s

Lösung

Aufgabe 3.5.3



Über eine elastisch gelagerte zylindrische Kreisscheibe (Masse m_1) ist ein Seil gelegt, an dem ein Körper der Masse m_2 befestigt ist. Die Schwingung wird durch einmaliges Auslenken um $x_{2,0}$ angeregt. Das System soll dabei nur in vertikaler Richtung schwingen und das Seil ist als dehnstarr anzunehmen.

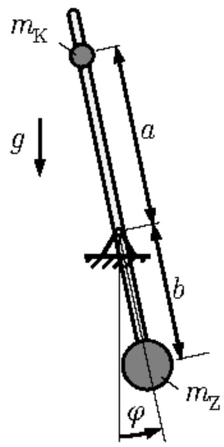
Gesucht:

1. Eigenkreisfrequenz und Periodendauer
2. Maximale Anfangsauslenkung $x_{2,0,\max}$, bei der das Seil während der Schwingung gespannt bleibt

Zahlenwerte: $m_1 = 3$ kg, $m_2 = 1$ kg, $r = 15$ cm, $c = 2000$ N/m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.5.4



Ein Metronom gibt in der Musik ein konstantes Tempo vor. Es besteht aus einem Stab mit vernachlässigbarer Masse, an dem in konstantem Abstand b eine Masse m_Z und im variabel einstellbaren Abstand a eine Masse m_K befestigt ist. Mit jedem Ausschlag ertönt ein akustisches Signal (Schlag), also 2 Mal pro Periode. Die Zahl, die auf dem Metronom eingestellt wird, gibt an, wie oft das Metronom pro Minute (bpm - beats per minute) schlagen soll. Der Zusammenhang mit der Schwingungsfrequenz ist demnach: bpm $= 2 \cdot f \cdot 60\frac{\text{s}}{\text{min}}$.

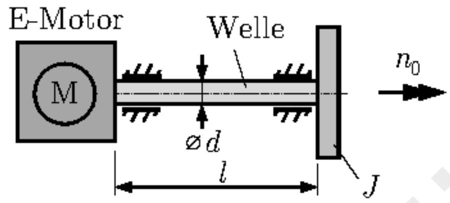
Gesucht:

1. bpm für gegebene Zahlenwerte
2. Erforderlicher Abstand a^* für bpm = 114 (z. B. Penny Lane von den Beatles)

Zahlenwerte: $m_Z = 100$ g, $m_K = 35$ g, $a = 12{,}5$ cm, $b = 6$ cm, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.5.5

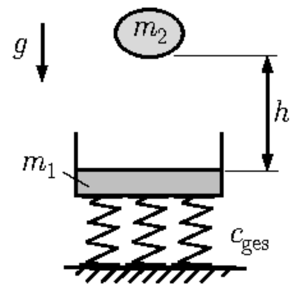


Ein Elektromotor treibt über eine Stahlwelle eine Riemenscheibe an. Im Leerlauf bei einer Drehzahl n_0 blockiert der Motor, so dass die Riemenscheibe zu Torsionsschwingungen angeregt wird. Berechnen Sie die in der Welle auftretenden maximalen Spannungen unter der Annahme, dass der Motorstopp schlagartig erfolgt ($\Delta t \approx 0$).

Zahlenwerte: $d = 48$ mm, $l = 1200$ mm, $n_0 = 150$ U/min, $J = 4{,}0$ kgm^2,
Material Welle (Stahl): $E = 210.000$ MPa, $\nu = 0{,}3$

Lösung

Aufgabe 3.5.6



In einer Förderanlage wird ein Sack mit Schüttgut (Masse m_2) aus der Höhe h auf einen Auffangbehälter (Masse m_1) abgeworfen und trifft dort mit einem vollplastischen Stoß auf. Der Auffangbehälter ist durch ein Federpaket mit der Gesamtsteifigkeit c_{ges} elastisch gelagert.

Gesucht:

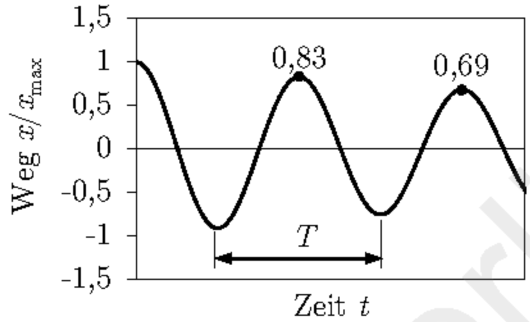
1. Amplitude $\hat{x}$ und Eigenfrequenz der Schwingung nach dem Stoß
2. Maximale Zusammendrückung der Feder $s_{\max}$ aus der Ausgangsposition und Dauer t_1 bis diese nach dem Stoß erreicht wird
3. Maximale Kraft auf das Fundament $F_{\text{F,max}}$ unter dem Federpaket und Faktor λ, um den die Fundamentkraft im Vergleich zur statischen Belastung erhöht ist

Zahlenwerte: $m_1 = 15$ kg, $m_2 = 45$ kg, $h = 2$ m, $c_{\text{ges}} = 15$ kN/m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.5.7

Zur Bestimmung der Kennwerte eines Feder-Dämpfer-Elements (lineare Feder und viskose Dämpfung) wird es mit der Masse m ausgelenkt und die Ausschwingkurve gemessen. In der Abbildung sind die maximalen Auslenkungen angegeben.



Gesucht:

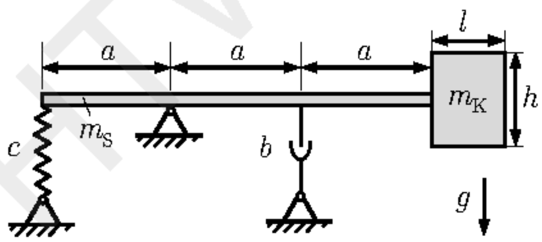
1. LEHRscher Dämpfungsgrad D
2. Federkonstante c

Zahlenwerte: $T = 0{,}629$ s, $m = 1{,}5$ kg

Lösung

Aufgabe 3.5.8

Ein Schwingungssystem besteht aus einem dünnen Stab (Masse m_S) an dessen Ende ein quaderförmiger Kopf (Masse m_K) befestigt ist.
Gesucht ist die Periodendauer der gedämpften Schwingung.

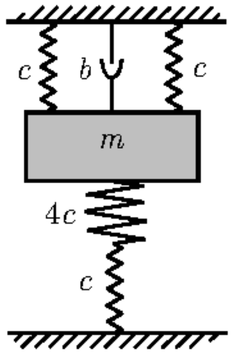


Zahlenwerte: $m_S = 0{,}2$ kg, $m_K = 1$ kg,
$a = 10$ cm, $l = 8$ cm,
$h = 5$ cm, $c = 1{,}2$ N/mm, $b = 15$ kg/s

Lösung

Aufgabe 3.5.9

Gegeben ist ein viskos gedämpftes Schwingungssystem.



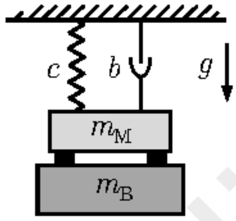
Gesucht:

1. Eigenfrequenz
2. Wert $\tilde{b}$ der Dämpferkonstante, damit die Amplitude der freien Schwingung innerhalb von 3 Perioden auf 1 % abklingt.

Zahlenwerte: $m = 40$ kg, $c = 50$ N/cm, $b = 50$ kg/s

Lösung

Aufgabe 3.5.10



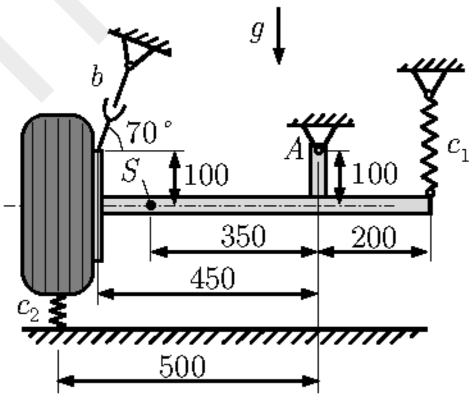
In einer Sortieranlage für Metallschrott wird durch einen elastisch aufgehängten Elektromagneten (Masse m_M) ein Bauteil (Masse m_B) gehalten. Zum Zeitpunkt $t = 0$ wird der Strom abgestellt und das Bauteil abgeworfen.

Berechnen Sie den Verlauf des Ausschwingvorgangs und stellen sie diesen (bezogen auf $x = 0$ → statische Ruhelage des Magneten ohne Bauteil) grafisch dar (z. B. mit Excel).

Zahlenwerte: $m_M = 30$ kg, $m_B = 60$ kg, $b = 120$ kg/s, $c = 10$ kN/m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.5.11



Die Einzelradaufhängung mit der Gesamtmasse m und dem Massenträgheitsmoment J_S ist in A drehbar gelagert. Sie ist durch die Fahrwerksfeder mit der Steifigkeit c_1 sowie den Stoßdämpfer mit der Dämpferkonstante b abgestützt. Die Federung des Reifens kann näherungsweise mit der Federkonstante c_2 beschrieben werden. Sämtliche Abmessungen in der Skizze sind in mm gegeben.

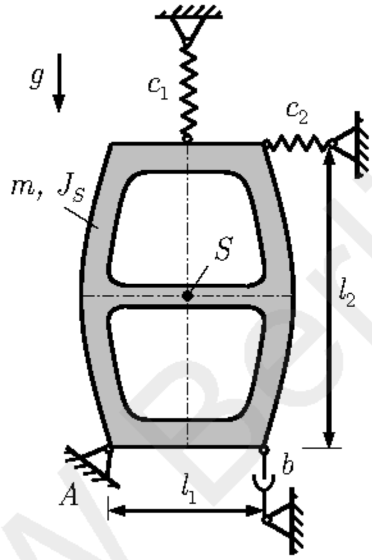
Gesucht ist die Eigenfrequenz f_g der gedämpften Pendelschwingung.

Zahlenwerte: $m = 32$ kg, $J_S = 1{,}8$ kg·m^2, $b = 3000$ kg/s, $c_1 = 20$ N/mm, $c_2 = 120$ N/mm, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.5.12

Der elastisch gelagerte Rahmen kann zu Pendelschwingungen um das Lager A angeregt werden.



Gesucht:

1. Resultierende Drehdämpferkonstante b_{D} und Drehfederkonstante c_{D}
2. Eigenfrequenz der Pendelschwingung
3. Anzahl der Schwingungsperioden n bis Amplitude $\hat{\varphi}$ auf 1 % abgeklungen ist

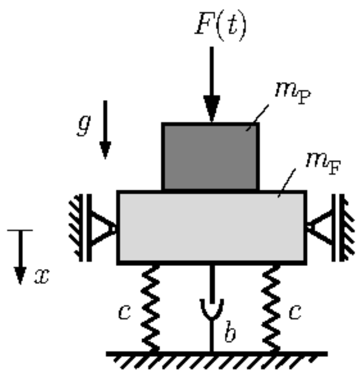
Zahlenwerte: $m = 210$ kg, $J_S = 28{,}3$ kg·m^2, $g = 9{,}81$ m/s^2, $c_1 = 90$ N/mm, $c_2 = 3$ N/mm, $b = 1800$ kg/s, $l_1 = 34$ cm, $l_2 = 82$ cm

Lösung

3.6 Erzwungene Schwingungen

Aufgabe 3.6.1

Eine Presse der Masse m_{P} ist auf einem elastisch gelagerten Maschinenfundament der Masse m_{F} befestigt und übt eine in x-Richtung wirkende harmonische Erregerkraft $F(t) = \hat{F} \cdot \sin(\Omega t)$ aus.



Gesucht:

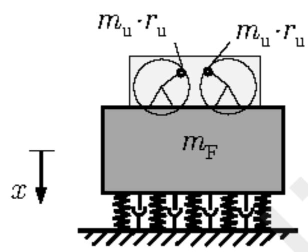
1. Bewegungsgleichung
2. Schwingungsamplitude $\hat{x}$ im eingeschwungenen (stationären) Zustand für die beiden Erregerfrequenzen Ω_1 und Ω_2
3. Skizze der Vergrößerungsfunktion $V(\eta)$ mit Kennzeichnung der beiden Einsatzfälle

Zahlenwerte: $m_{\mathrm{P}} = 1200$ kg, $m_{\mathrm{F}} = 2000$ kg, $c = 140$ N/mm, $b = 1000$ kg/s, $\hat{F} = 2$ kN, $\Omega_1 = 4$ s^{-1}, $\Omega_2 = 6$ s^{-1}

Lösung

Aufgabe 3.6.2

Für ein Maschinenfundament der Masse m_F und bekannter Federsteifigkeit c_{ges} sollen die Dämpfungsparameter experimentell bestimmt werden. Dazu wird das Fundament mit einem Unwuchtanreger mit der zwei gegensinnig rotierenden Unwuchten $m_u r_u$ bei der Drehzahl n_1 in Schwingungen versetzt und im eingeschwungenen Zustand die Schwingungsamplitude $\hat{x}_1$ gemessen.



Gesucht:

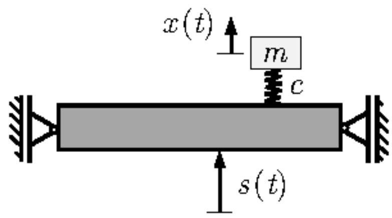
1. Dämpfungsgrad D
2. Dämpferkonstante des Fundaments b_{ges}

Zahlenwerte: $m_F = 2500$ kg, $c_{ges} = 280$ N/mm, $m_u r_u = 0{,}25$ kg·m,
$n_1 = 102$ U/min, $\hat{x}_1 = 0{,}9$ mm

Lösung

Aufgabe 3.6.3

Die Regelelektronik einer Verarbeitungsmaschine (Masse m) ist auf einem mit $s(t) = \hat{s} \cdot \sin(\Omega t)$ vibrierenden Maschinengehäuse montiert. Die elektronischen Bauteile sollen im Betrieb keinen Beschleunigungen größer als a_{max} ausgesetzt werden. Dazu soll ein elastischer Schwingungsisolator eingesetzt werden.

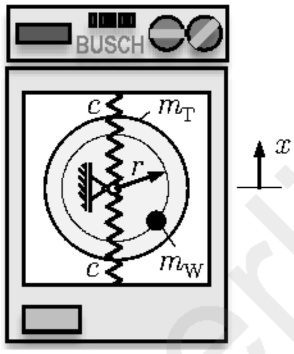


Gesucht ist die erforderliche Steifigkeit c.

Zahlenwerte: $m = 1{,}2$ kg, $\hat{s} = 12$ mm, $\Omega = 63$ s^{-1}, $a_{max} = 2$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.6.4



Die Trommel einer Waschmaschine (Masse m_T) ist in vertikaler Richtung elastisch durch zwei Federn (Federkonstanten c) gelagert. Betrachtet wird ausschließlich die Schwingung in vertikaler Richtung x.

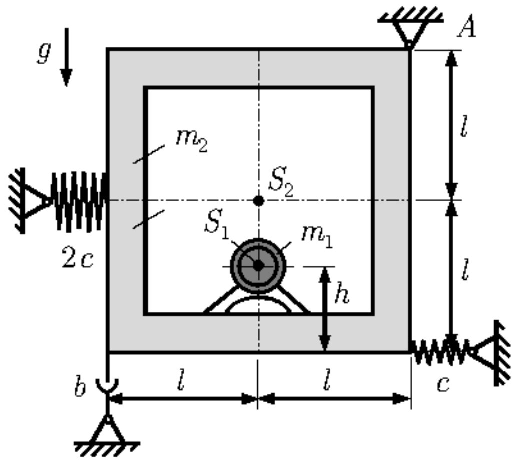
Gesucht:

1. Eigenkreisfrequenz ω_0 des Schwingungssystems und entsprechende Resonanzdrehzahl n_R der Trommel
2. Schwingungsamplitude $\hat{x}$, wenn die Wäsche mit der Masse m_W konzentriert auf einem Punkt (z. B. ein paar Turnschuhe) mit dem Abstand r vom Drehpunkt bei $n = 1400$ U/min geschleudert wird
3. Gesperrter Drehzahlbereich, damit $\hat{x} \leq \hat{x}_{max}$ bleibt

Zahlenwerte: $m_T = 50$ kg, $m_W = 600$ g, $c = 10$ N/mm, $r = 250$ mm, $\hat{x}_{max} = 5$ mm

Lösung

Aufgabe 3.6.5



In einem Rahmenträger (Masse m_2, Massenträgheitsmoment J_{S2}) läuft in einem Motorblock (Masse m_1) eine Welle mit der Unwucht $m_u \cdot r_u$. Das Massenträgheitsmoment des Motorblocks ist klein (Idealisierung als Punktmasse).

Gesucht:

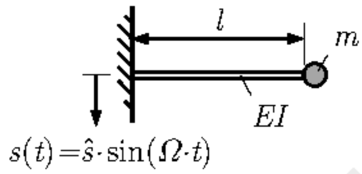
1. Resonanzdrehzahl der Welle in U/min
2. Amplitude der Drehschwingung um A bei Drehzahl von $n = 350$ U/min

Zahlenwerte: $m_1 = 80$ kg, $m_2 = 100$ kg, $J_{S2} = 200$ kg·m^2, $l = 1$ m, $h = 40$ cm, $c = 180$ N/mm, $b = 4000$ kg/s, $m_u r_u = 12$ kg·m, $g = 9{,}81$ m/s^2

Lösung

Aufgabe 3.6.6

An einer Blattfeder vernachlässigbarer Masse ist am freien Ende eine konzentrierte Masse (Idealisierung als Punktmasse) angebracht. Die Einspannung bewegt sich harmonisch und regt das System zu Schwingungen mit kleiner Amplitude an.



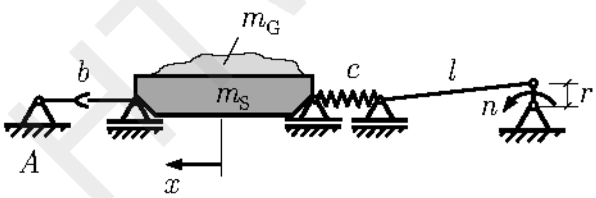
Gesucht:

1. Bewegungsgleichung
2. Eigenkreisfrequenz ω_0
3. Schwingungsamplitude der Masse im eingeschwungenen Zustand (translatorisch)
4. Maximales Biegewechselmoment in der Blattfeder im eingeschwungenen Zustand

Zahlenwerte: $m = 8$ kg, $l = 1{,}2$ m, $EI = 3{,}3 \cdot 10^4$ Nm^2, $\hat{s} = 1$ mm, $\Omega = 55$ s^{-1}

Lösung

Aufgabe 3.6.7



Mit einem Rüttelsieb wird Schüttgut von groben Bestandteilen getrennt. Die abgebildete Konstruktion wird von einem Elektromotor über einen Kurbeltrieb (Pleuelstangenverhältnis $\lambda \approx 0$) angetrieben, wobei die Schwingungsanregung über eine Feder erfolgt (Federkraftanregung) und ist über einen Dämpfer gegen das Fundament abgestützt.

In Versuchen wurde das optimale Ergebnis für das Sieben erreicht, wenn sich das Sieb 1,5-mal pro Sekunde von einem Umkehrpunkt zum anderen bewegt und zwischen den Umkehrpunkten die Strecke $e = 20$ cm liegt.

Hinweis: Die Schüttgutmasse m_G bleibt durch kontinuierliche Massenzufuhr näherungsweise konstant.

Gesucht:

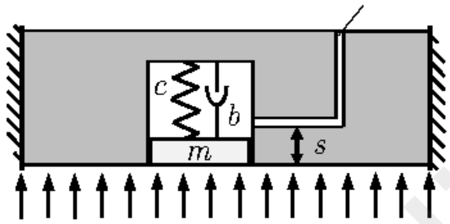
1. Bewegungsgleichung und Begründung, warum Federkraftanregung wie harmonische Kraftanregung behandelt werden kann
2. Motordrehzahl n für optimalen Betriebszustand
3. Federkonstante c für optimalen Betriebszustand
4. Dämpferkraftamplitude $\hat{F}$, die im eingeschwungenen Zustand an das Fundament bei A übertragen wird

Zahlenwerte: $m_S = 50$ kg, $m_G = 25$ kg, $r = 7$ cm^2, $b = 100$ kg/s

Lösung

Aufgabe 3.6.8

Das skizzierte Überdruckventil (Grundfläche A) in einem Druckbehälter soll bei Erreichen des maximal statischen zulässigen Innendrucks $p_{\max}$ um die Strecke s zusammengedrückt werden, so dass der Ablasskanal für den Druckausgleich frei wird. Im unbelasteten Fall $p = 0$ schließt das Ventil mit der Innenwand des Behälters ab.



Während des regulären Betriebs liegt lediglich der statische Druck p_0 an, der allerdings mit einer hochfrequenten Druckschwankung überlagert ist: $p(t) = p_0 + \hat{p} \cdot \sin(\Omega t)$, wobei die Amplitude $\hat{x}$ und die Erregerkreisfrequenz Ω verschiedene Werte annehmen können. Hierbei wird das Ventil zu harmonischen Schwingungen angeregt.

Gesucht:

1. Federsteifigkeit c, damit Ventil bei Erreichen des statischen Maximaldrucks $p_{\max}$ öffnet
2. Mindestwert der Dämpferkonstante, damit es durch die im regulären Betrieb angeregten Ventilschwingungen nicht zum Druckausgleich unterhalb von $p = 0{,}75 \cdot p_{\max}$ kommt.
   Für die Erregerkreisfrequenz Ω ist der ungünstigste Fall anzunehmen.

Zahlenwerte: $m = 0{,}5$ kg, $A = 250$ mm^2, $s = 5$ mm, $p_{\max} = 80$ bar, $p_0 = 50$ bar

Lösung

A Ergebnisse der Aufgaben

Aufgabe 1.1.1 $F_\mathrm{R} = 161{,}06$ N, $\varphi_\mathrm{R} = 17{,}7°$ (math. positiv von x-Achse ausgehend)

Aufgabe 1.1.2 $F_n = -361{,}4$ N, $F_t = 117{,}4$ N

Aufgabe 1.1.3 $\varphi_1 = 21{,}01°$, $F_\mathrm{R} = 1{,}156$ MN

Aufgabe 1.1.4 $F_\mathrm{S} = 2873{,}2$ N

Aufgabe 1.1.5 $h_1 = 0{,}1175$ m, $h_\mathrm{max} = 0{,}473$ m, $F_\mathrm{max} = 1095{,}2$ N

Aufgabe 1.1.6 $F_\mathrm{S1} = \dfrac{F + mg\tan\beta}{\cos\alpha \cdot (1 + \tan\beta\tan\alpha)} = 553{,}3$ N, $\tilde{F} = 339{,}8$ N

Aufgabe 1.1.7 $\alpha = \arctan\left(1 + \dfrac{m_\mathrm{R}}{m_\mathrm{K}}\right) = 55{,}49°$

Aufgabe 1.1.8 analytisch:

$$\sin\beta = \frac{F_\mathrm{G2}^2 + F_\mathrm{G0}^2 - F_\mathrm{G1}^2}{2F_\mathrm{G0}F_\mathrm{G2}} \rightarrow \beta = 55{,}228°,$$

$$\cos\alpha = \cos\beta \cdot \left(\frac{F_\mathrm{G2}}{F_\mathrm{G1}}\right) \rightarrow \alpha = 31{,}189°$$

numerisch:
aus Gleichgewichtsbilanzen folgt nach Eliminierung von α:

$$0 = F_\mathrm{G1} \cdot \sin\left(\arccos\left(\cos\beta\left(\frac{F_\mathrm{G2}}{F_\mathrm{G1}}\right)\right)\right) + F_\mathrm{G2} \cdot \sin\beta - F_\mathrm{G0}$$

Lösung z. B. mit Excel-Solver

Aufgabe 1.2.1 $F_\mathrm{R} = 3927$ N, $\alpha_\mathrm{R} = 4{,}64°$, $M_\mathrm{R,0} = -7535{,}2$ Nm,
Wirkungslinie der resultierenden Kraft: $y_\mathrm{R} = 0{,}081 \cdot x_\mathrm{R} + 1{,}925$ m

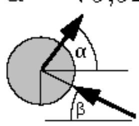
Aufgabe 1.2.2 $F_\mathrm{P} = 25{,}489$ kN (Zylinderkraft $F_\mathrm{Z} = 25{,}133$ kN), $M_\mathrm{A} = 779{,}78$ Nm

Aufgabe 1.2.3 $S_\mathrm{S} = M_\mathrm{S}/M_\mathrm{K} = 1{,}44$, $e_\mathrm{max} = 4{,}682$ m

Aufgabe 1.2.4 $M_\mathrm{T} = 68{,}94$ Nm, $F_\mathrm{K} = 919{,}3$ N, $M_\mathrm{R} = 33{,}09$ Nm, $F_\mathrm{V} = 90{,}67$ N

Aufgabe 1.2.5 $F = \dfrac{F_\mathrm{G}\,(1 - a/l)}{\sin\alpha + \cos\alpha \cdot \tan\beta} = 109{,}28$ N, $\beta = 14{,}48°$,

$\alpha' = 75{,}52°$, $F(\alpha') = 105{,}30$ N



Aufgabe 1.3.1 $F_{\mathrm{A}x} = 1000$ N, $F_{\mathrm{A}y} = 366{,}1$ N, $F_{\mathrm{B}} = 2366$ N

Aufgabe 1.3.2 $F_{\mathrm{B}x} = 100$ N, $F_{\mathrm{B}y} = 200$ N, $M_{\mathrm{B}z} = 350$ Nm

Aufgabe 1.3.3 $F_{\mathrm{A}x} = 15$ kN, $F_{\mathrm{A}y} = -13$ kN, $F_{\mathrm{B}} = 39$ kN

Aufgabe 1.3.4 $F_{\mathrm{B}x} = -6606{,}25$ N, $F_{\mathrm{B}y} = -1875{,}0$ N,
$F_{\mathrm{C}} = 7608{,}76$ N (Pendelstütze)

Aufgabe 1.3.5 $F_{\mathrm{S,Z}}(\leftarrow) = F_{\mathrm{N,W}}(\rightarrow) = 522{,}5$ N, $F_{\mathrm{S,S}}(\uparrow) = 130{,}5$ N

Aufgabe 1.3.6 $F_{\mathrm{A}x} = -1234$ N, $F_{\mathrm{A}y} = 2053$ N, $F_{\mathrm{B}x} = 1510$ N, $F_{\mathrm{B}y} = 491$ N,
$F_{\mathrm{C}x} = -276$ N, $F_{\mathrm{C}y} = -1563$ N

Aufgabe 1.3.7 $F_{\mathrm{A}}(\uparrow) = \frac{5}{8}F_{\mathrm{K}} + \frac{1}{4}F_{\mathrm{G}} + \frac{1}{2}F_{\mathrm{T}}$, $F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = \frac{3}{8}F_{\mathrm{K}} + \frac{3}{4}F_{\mathrm{G}} + \frac{1}{2}F_{\mathrm{T}}$, $F_{\mathrm{C}}(\uparrow) = -F_{\mathrm{G}}$,
$F_{\mathrm{D}}(\uparrow) = 2F_{\mathrm{G}} + F_{\mathrm{K}}$, $F_{\mathrm{E}} = \sqrt{F_{\mathrm{E},x}^2 + F_{\mathrm{E},y}^2} = 0{,}87 \cdot F_{\mathrm{G}}$

Aufgabe 1.3.8 $F_{\mathrm{A}x} = 0$, $F_{\mathrm{A}y} = 5166{,}7$ N, $F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = 833{,}3$ N

Aufgabe 1.3.9 $F_{\mathrm{A}x} = 0$, $F_{\mathrm{A}y} = 300$ N, $F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = 60$ N

Aufgabe 1.3.10 $F_{\mathrm{A}x} = -70$ N, $F_{\mathrm{A}y} = 445$ N, $F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = 25$ N

Aufgabe 1.3.11 $F_{\mathrm{A}x} = -400$ N, $F_{\mathrm{A}y} = 560$ N, $M_{\mathrm{A}z} = 204$ N,
$F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = 1200$ N, $F_{\mathrm{Gh}} = -400$ N, $F_{\mathrm{Gv}} = 800$ N

Aufgabe 1.3.12 $F_{\mathrm{A}x} = 0$ N, $F_{\mathrm{A}y} = 10.667$ N, $F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = 41.333$ N, $F_{\mathrm{C}}(\uparrow) = 10.000$ N,
$F_{\mathrm{Gh}} = 0$, $F_{\mathrm{Gv}} = 10.000$ N

Aufgabe 1.3.13 $F_{\mathrm{A}x} = 1{,}714$ kN, $F_{\mathrm{A}y} = 0$, $F_{\mathrm{Bh}} = -1{,}714$ kN, $F_{\mathrm{Bv}} = 0$,
$F_{\mathrm{Ch}} = 1{,}714$ kN, $F_{\mathrm{Cv}} = -3$ kN, $F_{\mathrm{D}x} = -1{,}714$ kN, $F_{\mathrm{D}y} = 3{,}685$ kN,
$F_{\mathrm{E}} = 6{,}685$ kN

Aufgabe 1.3.14 $F_{\mathrm{P}} = 484{,}635$ kN, $F_{\mathrm{P}}/F = 13{,}85$

Aufgabe 1.3.15 $F_{\mathrm{A}x} = -876$ N, $F_{\mathrm{A}y} = 648$ N, $F_{\mathrm{B}x} = 144$ N, $F_{\mathrm{B}y} = 216$ N,
$F_{\mathrm{Gh}} = 144$ N, $F_{\mathrm{Gv}} = 216$ N

Aufgabe 1.3.16 $F_{\mathrm{A}}(\uparrow) = 28{,}5$ kN, $F_{\mathrm{B}x} = 0$ N, $F_{\mathrm{B}y} = 33{,}5$ N, $F_{\mathrm{G_1h}} = 10{,}7$ kN,
$F_{\mathrm{G_1v}} = 12{,}5$ kN, $F_{\mathrm{G_2h}} = 10{,}7$ kN, $F_{\mathrm{G_2v}} = -17{,}5$ kN,
$F_{\mathrm{G_3h}} = -10{,}7$ kN, $F_{\mathrm{G_3v}} = 0$

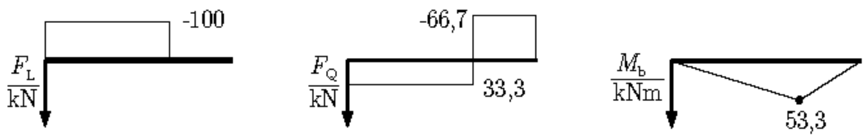
Aufgabe 1.4.1 $F_1 = -4{,}88$ kN, $F_2 = -4{,}88$ kN, $F_3 = 1{,}25$ kN, $F_4 = 3{,}80$ kN,
$F_5 = 3{,}80$ kN

Aufgabe 1.4.2 $F_{\mathrm{A}x} = -2F$, $F_{\mathrm{A}y} = F$, $F_{\mathrm{B}}(\rightarrow) = 2F$, $F_1 = 2{,}236\,F$, $F_2 = -2F$,
$F_3 = 0$, $F_4 = -2F$, $F_5 = 0$, $F_6 = 2{,}236\,F$, $F_7 = -F$

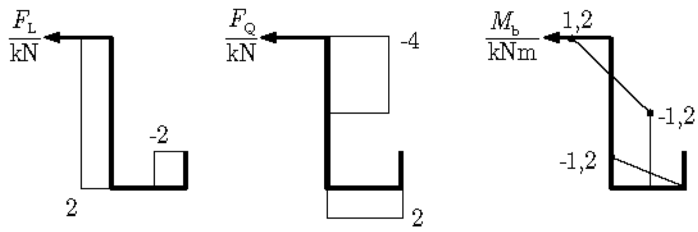
Aufgabe 1.4.3 $F_4 = 24{,}0$ kN, $F_5 = 6{,}7$ kN, $F_6 = -44{,}7$ kN

Aufgabe 1.4.4 $F_1 = 10$ kN, $F_2 = -11{,}18$ kN, $F_3 = -11{,}18$ kN, $F_4 = 0$,
$F_5 = -6{,}01$ kN, $F_6 = 13{,}33$ kN, $F_7 = 3{,}00$ kN, $F_8 = -7{,}50$ kN,
$F_9 = -16{,}77$ kN, $F_{\mathrm{V}}(\rightarrow) = 15$ kN, $F_{\mathrm{IV}x} = -15$ kN, $F_{\mathrm{IV}y} = 15$ kN

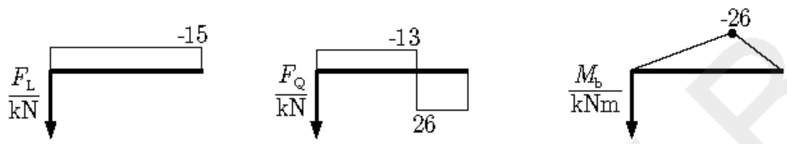
Aufgabe 1.5.1



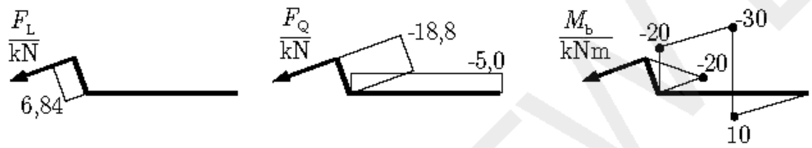
Aufgabe 1.5.2



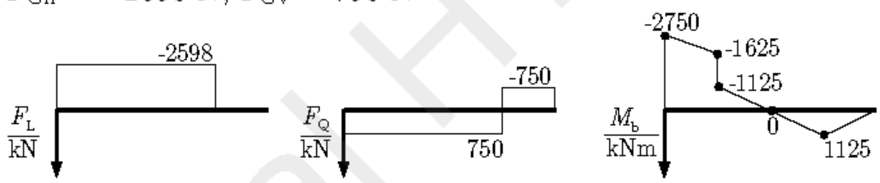
Aufgabe 1.5.3



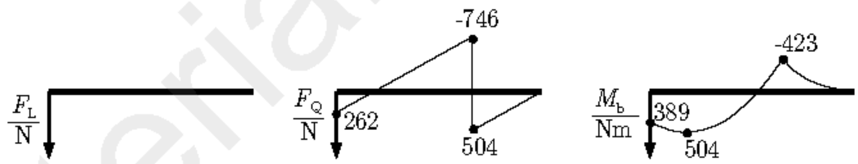
Aufgabe 1.5.4



Aufgabe 1.5.5 $F_{Ax} = 2598$ N, $F_{Ay} = 750$ N, $M_{Az} = 2750$ Nm, $F_B(\uparrow) = 750$ N, $F_{Gh} = -2598$ N, $F_{Gv} = 750$ N

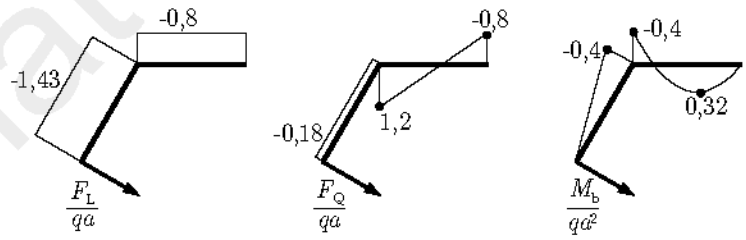


Aufgabe 1.5.6



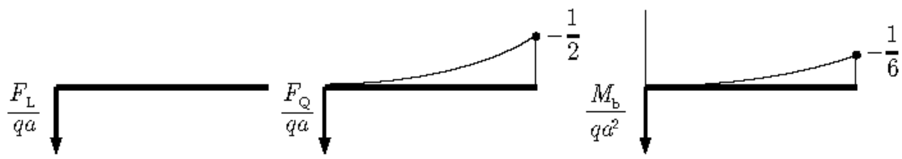
$M_{b,max} = 504$ Nm (0,873 m von der Einspannung entfernt)

Aufgabe 1.5.7

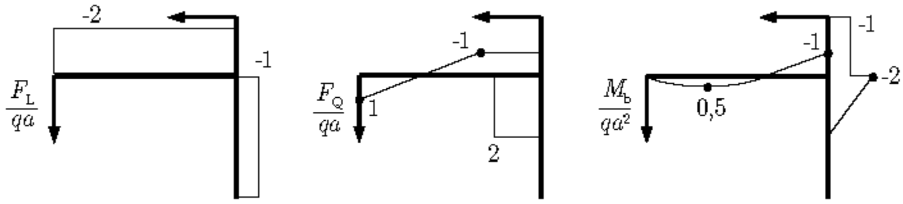


$M_{b,max} = 0{,}32\ qa^2$ (0,8 a von Lager B entfernt)

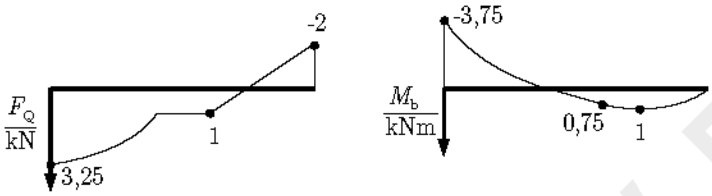
Aufgabe 1.5.8



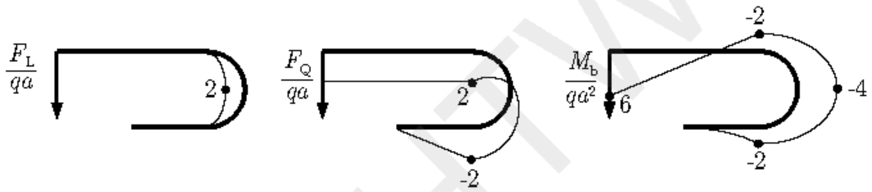
Aufgabe 1.5.9 $F_{\mathrm{A}x} = 2qa,\ F_{\mathrm{A}y} = qa,\ F_{\mathrm{B}}(\uparrow) = qa$



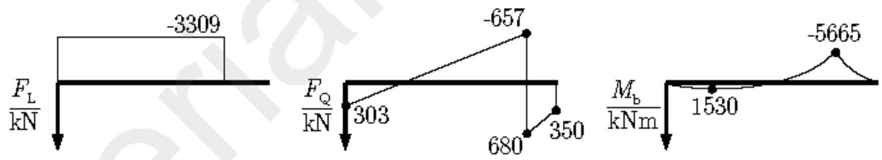
Aufgabe 1.5.10 $F_{\mathrm{B}x} = 0$, $F_{\mathrm{B}y} = 3250\,\mathrm{N}$, $M_{\mathrm{B}z} = 3750\,\mathrm{Nm}$, $F_{\mathrm{C}}(\uparrow) = 2000\,\mathrm{N}$, $F_{\mathrm{Gh}} = 0$, $F_{\mathrm{Gv}} = 1000$ N



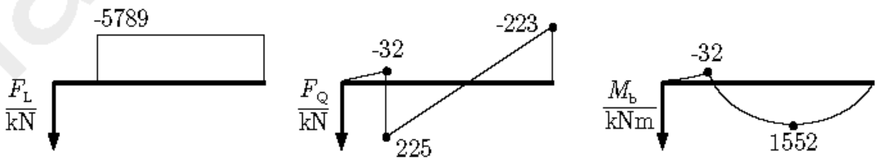
Aufgabe 1.5.11 $F_{\mathrm{A}x} = 0,\ F_{\mathrm{A}y} = 2qa,\ M_{\mathrm{A}z} = 6qa^2$



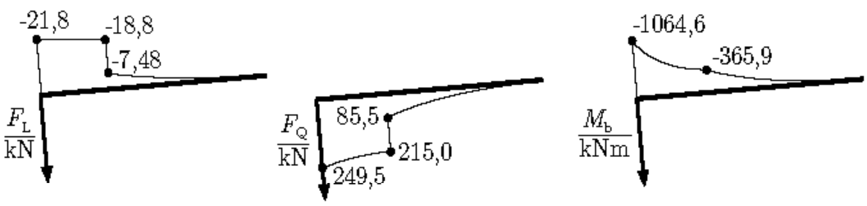
Aufgabe 1.5.12 Radausleger:
Seilkraft $F_{\mathrm{S,RA}} = 3569{,}2$ kN,
Gelenkkräfte $F_{\mathrm{G,RA}x} = 3309{,}3$ kN, $F_{\mathrm{G,RA}y} = 302{,}97$ kN



Gegenausleger:
Seilkraft $F_{\mathrm{S,GA}} = 6160{,}9$ kN,
Gelenkkräfte $F_{\mathrm{G,GA}x} = -5789{,}3$ kN, $F_{\mathrm{G,GA}y} = 222{,}86$ kN



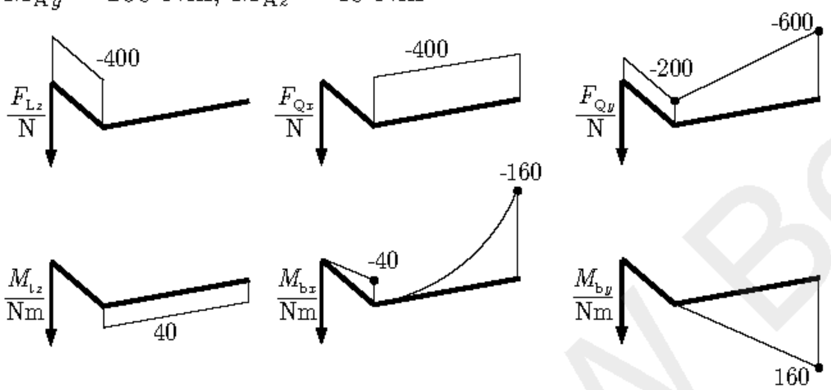
Aufgabe 1.5.13



Aufgabe 1.6.1 $F_{Rx} = 257{,}14$ N, $F_{Ry} = 394{,}98$ N, $F_{Rz} = 396{,}65$ N, $F_R = 616{,}0$ N, $\alpha_{Rx} = 65{,}3°$, $\alpha_{Ry} = 50{,}1°$, $\alpha_{Rz} = 49{,}9°$

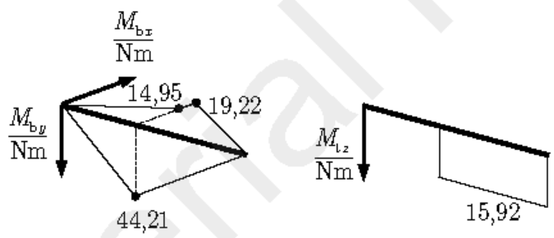
Aufgabe 1.6.2 $F_{Ax} = -600$ N, $F_{Ay} = -800$ N, $F_{Az} = -500$ N, $M_{Ax} = 600$ Nm, $M_{Ay} = -640$ Nm, $M_{Az} = -1280$ Nm

Aufgabe 1.6.3 $F_{Ax} = -400$ N, $F_{Ay} = -600$ N, $F_{Az} = 0$ N, $M_{Ax} = -160$ Nm, $M_{Ay} = 160$ Nm, $M_{Az} = 40$ Nm



Aufgabe 1.6.4 $F_{Bx} = 0$, $F_{By} = -11{,}28$ N, $F_{Bz} = 106{,}14$ N, Seil: $F_S = 122{,}56$ N, $M_{By} = -23{,}35$ Nm, $M_{Bz} = 24{,}48$ Nm

Aufgabe 1.6.5 $M_A = 15{,}915$ Nm, $F_t = 368{,}41$ N, $F_a = 98{,}72$ N, $F_r = 138{,}82$ N, $F_{Bx} = -147{,}34$ N, $F_{By} = 64{,}06$ N, $F_{Cx} = -221{,}05$ N, $F_{Cy} = 74{,}76$ N, $F_{Cz} = -98{,}72$ N

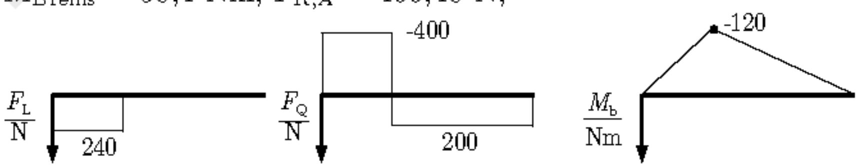


$M_{b,max} = 48{,}2$ Nm

Aufgabe 1.7.1 $F_{min} = 58{,}2$ N

Aufgabe 1.7.2 $h_{max} = 6{,}54$ m

Aufgabe 1.7.3 $M_{Brems} = 38{,}4$ Nm, $F_{R,A} = 466{,}48$ N,



Aufgabe 1.7.4 $\alpha = 724° \widehat{=} 2{,}01$ Umschlingungen, praktisch sind 2,5 Umschlingungen notwendig

Aufgabe 1.7.5 $F = 242{,}8$ N, $h = 66{,}67$ cm

Aufgabe 1.7.6 $\varphi = 2{,}29°$

Aufgabe 1.7.7 $l = 113{,}89$ cm

Aufgabe 1.7.8 $\mu_0 = 0{,}115$

Aufgabe 1.7.9 $0{,}4 \cdot l \leq x \leq 0{,}67 \cdot l$

Aufgabe 1.7.10 $90{,}101$ kg $\leq m_2 \leq 2959{,}2$ kg

Aufgabe 1.7.11 $b \geq 41{,}4$ mm

Aufgabe 1.8.1 allgemein: $x_\mathrm{S} = \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{R \sin\alpha}{\alpha}$

Halbkreis: $x_\mathrm{S} = \dfrac{4R}{3\pi}$, Viertelkreis: $x_\mathrm{S} = \dfrac{4\sqrt{2}R}{3\pi}$

Aufgabe 1.8.2 Trapez: $$z_\mathrm{S} = \frac{1}{A} \int_{z=0}^{h} \int_{x=-x(z)}^{x(z)} z \,\mathrm{d}x\,\mathrm{d}z = \frac{4}{9}h \approx 0{,}44h$$

mit $x(z) = R\left(2 - \dfrac{z}{h}\right)$ und $A = 3Rh$

Kegelstumpf: $$z_\mathrm{S} = \frac{1}{V} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{h} \int_{r=0}^{r(z)} (z \cdot r)\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}\varphi = \frac{11}{28}h \approx 0{,}39h$$

mit $$V = \int_{\varphi=0}^{2\pi} \int_{z=0}^{h} \int_{r=0}^{r(z)} r \,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}z\,\mathrm{d}\varphi = \frac{7}{3}\pi R^2 h; \quad r(z) = R\left(2 - \frac{z}{h}\right)$$

Aufgabe 1.8.3 $c = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2} \cdot a = 1{,}76$ dm

Aufgabe 1.8.4 $x_\mathrm{S} = 321$ mm, $y_\mathrm{S} = 142$ mm,
$F_{\mathrm{A}x} = 0$, $F_{\mathrm{A}y} = -29{,}1$ N, $F_\mathrm{B}(\uparrow) = 77{,}2$ N

Aufgabe 1.8.5 $\alpha = 38{,}66°$

Aufgabe 1.8.6 $x_\mathrm{S} = 31{,}59$ mm, $y_\mathrm{S} = 0$

Aufgabe 1.9.1 $I_{xx} = 273.852$ mm^4, $I_{yy} = 143.132$ mm^4, $I_{xy} = 0$,
$I_1 = I_{xx}$, $I_2 = I_{yy}$

Aufgabe 1.9.2 DIN: $I_{xx,(\mathrm{I}\ 240)} = 4250$ cm^4, Gesamtprofil: $I_{xx} = 24.031$ cm^4

Aufgabe 1.9.3 $x_\mathrm{S} = 6{,}79$ mm, $y_\mathrm{S} = 13{,}2$ mm,
$I_1 = 9115$ mm^4, $I_2 = 2868$ mm^4
Hauptachse 1 um $\varphi_0 = -45°$ zur x-Achse verdreht

Aufgabe 1.9.4 $I_\mathrm{max} = \dfrac{\sqrt{3}}{64}d^4$ bzw. $h = \dfrac{\sqrt{3}}{2}d$ und $b = \dfrac{d}{2}$

Aufgabe 2.1.1 $E = 71.033{,}6$ MPa, $\nu = 0{,}352$, $G = 26.260{,}9$ MPa, z. B. eine Aluminiumlegierung

Aufgabe 2.1.2 $d_{\min} = \sqrt{\dfrac{2F}{\pi \tau_{\mathrm{zul}}}} = 7{,}284$ mm

Aufgabe 2.2.1 $\Delta l_0 = 0{,}481$ mm, $\Delta l_1 = 0{,}863$ mm

Aufgabe 2.2.2 1. Stabkräfte $F_{\mathrm{S}} = \dfrac{F_{\mathrm{G}}}{2\sin\alpha} = 3464\ \mathrm{N} \rightarrow \sigma = 122{,}5$ MPa,

2. $\Delta l = 1{,}0105$ mm, $\Delta h = 1{,}167$ mm

Aufgabe 2.2.3 Statik: $F_{\mathrm{CD}} = \dfrac{F}{\tan\alpha}$, $\Delta l_{\mathrm{CD}} = 2\dfrac{F_{\mathrm{CD}} l_1}{EA_1} + \dfrac{F_{\mathrm{CD}} l_0}{EA_0} \rightarrow F = 865{,}4$ N,

Bruch, wenn $R_{\mathrm{m}} = \dfrac{\tilde{F}_{\mathrm{CD}}}{A_0} \rightarrow F_{\max} = 1250$ N

Aufgabe 2.2.4 1. Berührung, wenn $\Delta l_1 + \Delta l_2 = \delta \rightarrow \Delta T_1 = 28{,}57$ K
2. $\Delta T = \Delta T_2 - \Delta T_1$, kinemat. Zwangsbed.: $\Delta\tilde{l}_1 + \Delta\tilde{l}_2 = 0$,

Gleichgewicht: $F_{\mathrm{S1}} = F_{\mathrm{S2}}$, Materialgesetz: $\dfrac{\Delta l_i}{l_i} = \dfrac{F_{\mathrm{S}i}}{EA_i} + \alpha\Delta T$

$\rightarrow$ Stabkraft: $F = 21{,}713$ kN
3. $\sigma_{\max} = 31$ MPa

Aufgabe 2.2.5 1-fach stat. unbest. System, kinem. Zwangsbed.: $\Delta l_{\mathrm{D}} = 2\Delta l_{\mathrm{C}}$

$$\rightarrow F_B = F_D = \frac{qa}{1 + \dfrac{cl}{4EA}}, \quad F_C = \frac{2qa}{1 + \dfrac{4EA}{cl}}$$

Aufgabe 2.2.6 Längenänderung: $\Delta h = \displaystyle\int_{z=0}^{h} \frac{F/2}{EA(z)}\,\mathrm{d}z$, $\quad A(z) = d\left(a + \dfrac{b-a}{h}\cdot z\right)$

mit Standardintegral aus TW: $\int \frac{1}{n+mx}\,\mathrm{d}x = \frac{1}{m}\ln(n+mx)$ folgt

$$\Delta h = \frac{Fh}{2Ed(b-a)}(\ln b - \ln a)$$

$$\rightarrow c = \frac{2Ed(b-a)}{h\,(\ln(b) - \ln(a))} = 2019{,}77\ \mathrm{kN/mm}$$

Aufgabe 2.2.7 Längskraft $F_{\mathrm{L}}(x) = -F - \rho g V(x)$

mit $V(x) = \displaystyle\int_0^x A(x)\,\mathrm{d}x = \frac{\pi}{4}D^2\left(x + \frac{x^2}{h} + \frac{x^3}{3h^2}\right)$

Hinweis: $A(x) = \frac{\pi}{4}d(x)^2$ und $d(x) = D(1 + \frac{x}{h})$

$$\to \sigma_x(x) = \frac{F_L(x)}{A(x)} = -\frac{\frac{4F}{\pi D^2} + \rho g x \left(1 + \frac{x}{h} + \frac{1}{3}\left(\frac{x}{h}\right)^2\right)}{\left(1 + \frac{x}{h}\right)^2}$$

$\sigma_{\max} = \sigma_x(x{=}h) = -2{,}68$ MPa

Aufgabe 2.2.8 Rohr: $\Delta l_R = \frac{Fl}{E_{Cu}A_R}$, Schraube: $\Delta l_S = \frac{F(l-\delta)}{E_{St}A_S}$

nach Anziehen: $l - \Delta l_R = (l - \delta) + \Delta l_S$

$$\to F = \frac{\delta}{\frac{l-\delta}{E_{St}A_S} + \frac{l}{E_{Cu}A_R}} = 26{,}146 \text{ kN}$$

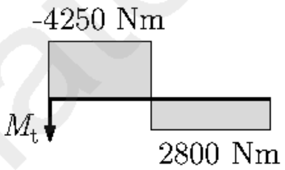
$\to \Delta l_R = 0{,}0185$ mm

Aufgabe 2.3.1 $M_t = 37{,}5$ Nm, $\tau_{\max} = 56{,}6$ MPa, $\Delta\varphi = 2{,}68°$

Aufgabe 2.3.2
1. $\frac{\Delta\tau}{\tau_{voll}} = 8{,}14$ %
2. $\frac{\Delta\varphi}{\varphi_{voll}} = 8{,}14$ %
3. Masseeinsparung $\frac{\Delta m}{m_{voll}} = -27{,}4$ %

Aufgabe 2.3.3
1. $M_t = 249{,}1$ Nm
2. $d_V = 34{,}84$ mm, gewählt 35 mm
3. $d_{H,i} = 38{,}50$ mm, gewählt 38 mm
4. Masseneinsparung um 52,57 %
5. $\tau_{H,i} = 23{,}9$ MPa

Aufgabe 2.3.4 $M_A = 7050$ Nm,



$d_1 = 89{,}69$ mm (gewählt 90 mm), $d_2 = 78{,}04$ mm (gewählt 79 mm)
$\Delta\varphi_1 = -0{,}38°$, $\Delta\varphi_2 = 0{,}53°$ (positive Verdrehrichtung: $\twoheadrightarrow$)
$\Delta\varphi_{ges} = 0{,}15°$

Aufgabe 2.3.5 $M_{t2} = 530{,}83$ Nm,
$d_1 = 32{,}18$ mm (gewählt 33 mm), $d_2 = 36{,}63$ mm (gewählt 37 mm)

$$\Delta\varphi_C = \Delta\varphi_1 \cdot \left(\frac{R_1}{R_2}\right) + \Delta\varphi_2 = 0{,}77°$$

Aufgabe 2.3.6 $M_\mathrm{t}(z) = \dfrac{\pi \mu p_h d_\mathrm{A}^2}{2h} \cdot z$, $M_\mathrm{A} = 137{,}9$ kNm, $\tau_\mathrm{max} = 9{,}85$ MPa

Aufgabe 2.3.7 zylindrische Wellenabschnitte: $\varphi_1 = 0{,}037°$, $c_{\mathrm{T}1} = 186{,}10$ kNm, $\varphi_3 = 0{,}134°$, $c_{\mathrm{T}3} = 51{,}46$ kNm

konischer Wellenabschnitt mit $d(z) = d\left(3 - \dfrac{z}{l_2}\right)$:

$$\varphi_2 = \int_{z=0}^{l_2} \frac{32 M_\mathrm{t}}{\pi G \cdot d(z)^4} \mathrm{d}z = \frac{76}{81} \cdot \frac{\pi G d^4}{l_2} = 0{,}0013 = 0{,}075°$$

$$c_{\mathrm{T}2} = \frac{81}{76} \cdot \frac{\pi G d^4}{76 l_2} = 91{,}42 \text{ kNm}$$

Gesamtverdrehsteifigkeit (Reihenschaltung), $c_\mathrm{T} = 27{,}98$ kNm

Aufgabe 2.3.8 1-fach stat. unbestimmt, kinemat. Zwangsbed.: $\varphi_1 = \varphi_2$
Gleichgewicht: $M_\mathrm{t} = M_{\mathrm{t}1} + M_{\mathrm{t}2}$
$\rightarrow \tau_1 = 22{,}43$ MPa, $\tau_2 = 16{,}82$ MPa,
$\rightarrow \theta = 0{,}0175$ rad/m bzw. $1{,}004$ °/m

Aufgabe 2.3.9 a) $\tau = 4{,}33$ MPa, $\varphi = 0{,}0054$ bzw. $0{,}31°$
b) $\tau = 85{,}26$ MPa, $\varphi = 0{,}7993$ bzw. $45{,}8°$

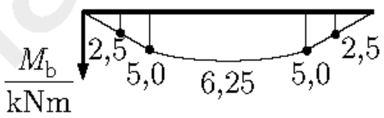
mit $I_{\mathrm{t,off.}} = \frac{1}{3}\pi(d_\mathrm{a} - t)t^3$, $W_{\mathrm{t,off.}} = \dfrac{I_{\mathrm{t,off.}}}{t}$

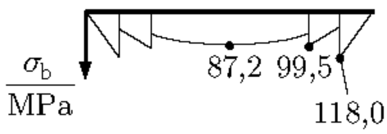
Aufgabe 2.4.1 $M_{\mathrm{b}z,\mathrm{max}} = -2 m_\mathrm{L} g a$, $I_{xx} = 484.084$ mm^4, $y_\mathrm{max} = 49{,}56$ mm

Grenzlast, wenn $\sigma_\mathrm{zul} = \dfrac{M_{\mathrm{b}z,\mathrm{max}}}{I_{xx}} \cdot y_\mathrm{max} \rightarrow m_\mathrm{L} = 265{,}5$ kg

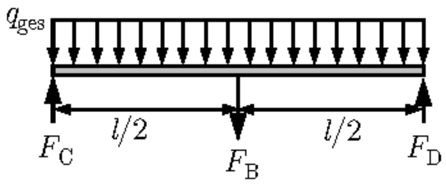
Aufgabe 2.4.2 $I_{xx} = 3.063.128$ mm^4, $M_{\mathrm{b,max}} = 8{,}0$ kNm, $\sigma_\mathrm{max} = \pm 156{,}7$ MPa (Oberseite: negativ $\rightarrow$ Druck, Unterseite: positiv $\rightarrow$ Zug), $S_\mathrm{F} = 1{,}75$

Aufgabe 2.4.3 pro Abschnitt $W_\mathrm{b} = \dfrac{I_{xx}}{y_\mathrm{max}}$, $\sigma_{\mathrm{b,max}} = \dfrac{M_\mathrm{b}}{W_\mathrm{b}}$
$W_\mathrm{b}(d{=}60 \text{ mm}) = 2{,}12 \cdot 10^4$ mm^3, $W_\mathrm{b}(d{=}80 \text{ mm}) = 5{,}03 \cdot 10^4$ mm^3, $W_\mathrm{b}(d{=}90 \text{ mm}) = 7{,}17 \cdot 10^4$ mm^3





Aufgabe 2.4.4 1. $q_\mathrm{ges} = \rho A g + \frac{1}{2} m_{q,\mathrm{A}} \cdot g = 121{,}64$ N/m, $F_\mathrm{B} = \frac{1}{2} m_\mathrm{B} g = 1128$ N



2. $M_{bz,\max} = \frac{1}{8}ql^2 + \frac{1}{4}F_{\mathrm{B}}l$, $\sigma_{\mathrm{zul}} = \dfrac{M_{bz,\max}}{I_{xx}} \cdot y_{\max}$
   $\rightarrow$ Variante 1 (hochkant) $l = 4{,}856$ m,
   $\rightarrow$ Variante 2 (flachkant) $l = 1{,}856$ m

Aufgabe 2.4.5 $M_{\mathrm{b,max}} = \frac{9}{128}ql^2$ bei $z = 0{,}375 \cdot l$ (von B aus betrachtet)
$\rightarrow \ \sigma_{\mathrm{b,max}} = 204{,}6$ MPa

Aufgabe 2.4.6 $h(z) = \sqrt{\dfrac{6Fz}{b\,\sigma_{\mathrm{zul}}}}$

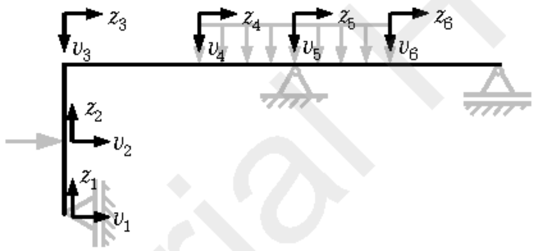
Aufgabe 2.4.7 Schnittreaktionen $F_{\mathrm{L}}(z) = F\cos\alpha$, $M_{\mathrm{b}}(z) = -F\sin\alpha$

$$A(z) = ba\left(1 - \tfrac{z}{l}\right),\ I_{xx}(z) = \frac{ba^3\left(1+\frac{z}{l}\right)^3}{12},\ y_{\max}(z) = -\tfrac{1}{2}a\left(1+\tfrac{z}{l}\right)$$

$$\sigma_{\max}(z) = \frac{F_{\mathrm{L}}(z)}{A(z)} + \frac{M_{\mathrm{b}}(z)}{I_{xx}(z)} \cdot y_{\max}(z) = \frac{F}{ab}\left(\frac{\cos\alpha}{\left(1+\frac{z}{l}\right)} + \frac{6z\sin\alpha}{a\left(1+\frac{z}{l}\right)^2}\right)$$

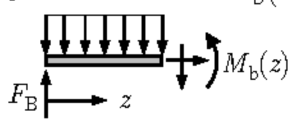
Maximum $\dfrac{\mathrm{d}\sigma_{\max}(z)}{\mathrm{d}z} = 0 \ \rightarrow \ z_{\max} = 953{,}5$ mm
$\rightarrow \ \sigma_{\max}(z_{\max}) = 90{,}18$ MPa

Aufgabe 2.4.8 1-fach statisch unbestimmt



$v_1(z_1{=}0) = 0$, $v_2(z_2{=}h) = 0$, $v_5(z_5{=}0) = 0$, $v_6(z_6{=}b) = 0$,
$v_1(z_1{=}h) = v_2(z_2{=}0)$, $v_1'(z_1{=}h) = v_2'(z_2{=}0)$,
$v_2'(z_2{=}h) = v_3'(z_3{=}0)$, $v_3(z_3{=}b) = v_4(z_4{=}0)$,
$v_3'(z_3{=}b) = v_4'(z_4{=}0)$, $v_4(z_4{=}a) = v_5(z_5{=}0)$,
$v_4'(z_4{=}a) = v_5'(z_5{=}0)$, $v_5(z_5{=}a) = v_6(z_6{=}0)$,
$v_5'(z_5{=}a) = v_6'(z_6{=}0)$

Aufgabe 2.4.9 Schnittmoment $M_{\mathrm{b}}(z) = \frac{1}{2}q(lz - z^2)$

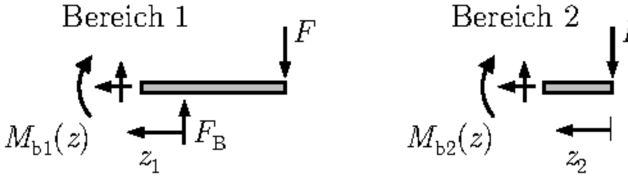


Randbedingungen $v(z{=}0) = 0$, $v(z{=}l) = 0$

$$v(z) = \frac{ql^4}{24EI}\left(\left(\frac{z}{l}\right)^4 - 2\left(\frac{z}{l}\right)^3 + \left(\frac{z}{l}\right)\right)$$

$$v_{\max} = v\left(z{=}\tfrac{l}{2}\right) = \frac{5ql^4}{384EI}$$

Aufgabe 2.4.10 Schnittmomente $M_{b1}(z_1) = \frac{1}{3}Fz_1 - Fl$, $M_{b2}(z_2) = -Fz_2$



1. $M_{b,max} = -Fl$, $I_{xx} = 1{,}2274 \cdot 10^4$ mm^4, $\underline{\sigma_{b,max} = -186{,}4 \text{ MPa}}$
2. Integration DGL der Biegelinie
   $EIv_1 = \frac{1}{2}Flz_1^2 - \frac{1}{18}Fz_1^3 + C_1 z_1 + C2$, $EIv_2 = \frac{1}{6}Fz_2^3 + C_3 z_2 + C_4$
   Randbedingungen $v_1(z_1 = 3l) = 0$, $v_2(z_2 = l) = 0$
   $v_1'(z_1 = 0) = v_2'(z_2 = l)$, $v_1(z_1 = 0) = v_2(z_2 = l)$
   $\underline{v_{max} = 1{,}571 \text{ mm}}$ (am Lastangriffspunkt)
   Hinweis: Überprüfung Maximum im Bereich 1:
   $z_{1,max} = 190{,}2$ mm, $v_1(z_{1,max}) = -0{,}68$ mm
   $\rightarrow$ kleiner als am Lastangriffspunkt

Aufgabe 2.4.11 Durchbiegung bei C abhängig von Montagekraft F_C:

$$e = \frac{3F_C a^3}{4EI} \rightarrow F_C = 950{,}75 \text{ N}$$

Biegespannung nach Montage: $\sigma_{max} = 92{,}97$ MPa

Aufgabe 2.4.12 Durchbiegung bei starrer Lagerung:

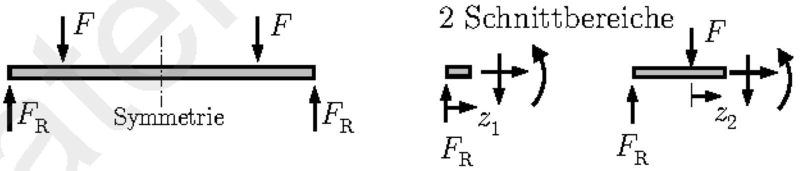
$$v_{F,B} = \frac{Fa^2\,(aI_2 + lI_1)}{3EI_1 I_2} = 0{,}0994 \text{ mm}$$

Starrkörperverschiebung infolge Lagersteifigkeit:

$$v_{F,L} = \frac{F_H/c_H - F_N/c_N}{l}(l + a) + F_N/c_N = 0{,}0540 \text{ mm}$$

Gesamtverschiebung: $v_{ges} = v_{F,B} + v_{F,L} = 0{,}1533$ mm

Aufgabe 2.4.13 Berechnung der Durchbiegung am halben Symmetriemodell



Randbedingungen:
$v_1(z_1 = 0) = 0$, $v_1'(z_1 = l_1) = v_2'(z_2 = 0)$, $v_1(z_1 = l_1) = v_2(z_2 = 0)$
Symmetriebedingung: $v_2'(z_2 = \frac{1}{2}l) = 0$

Anstieg der Biegelinie am Rad $v_R' = \dfrac{32Fl_1\,(l + l_1)}{\pi E d^4}$,

mit $\Delta w = r \cdot \sin\varphi$ und $\tan\varphi = v_R'$ folgt

$$v_{zul}' = \sqrt{\frac{(\Delta w)^2}{r^2 - (\Delta w)^2}} = 0{,}00195,$$

so dass $d_{\min} = \left(\dfrac{32Fl_1\,(l+l_1)}{\pi E v'_{\text{zul}}}\right)^{\frac{1}{4}} = 202{,}53$ mm

gewählt: $d = 203$ mm, $\sigma_{\text{b}} = \dfrac{32Fl_1}{\pi d^3} = 35{,}07$ MPa

Aufgabe 2.4.14 $F_{B,\text{h}} = 0$, $F_{B,\text{v}} = \dfrac{23}{27}F$, $M_B = \dfrac{5}{9}Fa$, $F_C = \dfrac{4}{27}F$

$v_{\max} = v_2(z_2{=}\tfrac{3}{2}a) = \dfrac{Fa^3}{6EI}$

Aufgabe 2.4.15 $F_{B,\text{h}} = 0$, $F_{B,\text{v}} = \dfrac{2}{5}q_0 l$, $M_B = -\dfrac{1}{15}q_0 l^2$, $F_C = \dfrac{1}{10}q_0 l$

$v(z) = \dfrac{q_0 z}{120EI \cdot l}(l^2 - z^2)^2$

Aufgabe 2.4.16 Gleichung der Biegelinie zwischen den Lagern (z vom Loslager aus nach links verlaufend): $v(z) = \dfrac{ql^3 z}{48EI_{xx}}\left(\dfrac{2z^3}{l^3} - \dfrac{3z^2}{l^2} + 1\right)$

max. Durchbiegung bei $z_{\max} = \dfrac{1+\sqrt{33}}{16}\cdot l$, $\rightarrow$ $v(z_{\max}) = 20{,}51$ mm

Anstieg Biegelinie im Loslager:

$v'(z{=}0) = \dfrac{ql^3}{48EI_{xx}} = 0{,}0988 = \tan\varphi \approx \varphi$

max. Auslenkung am freien Ende: $u_{\max} = l \cdot \sin\varphi = 78{,}9$ mm

Aufgabe 2.4.17 Schubspannungen nur in horizontal ausgerichteten Klebeschichten

$I_{xx} = \frac{109}{3}t^4$, $S_x = 10t^3 \rightarrow \tau = \dfrac{15\;qa}{109\;t^2} = 11{,}0$ MPa

Aufgabe 2.4.18 zu übertragene Schubspannung zwischen Blechen bei zusammenhängenden Querschnitt: $\tau = \dfrac{3\,F}{8bh}$

1. Ansatz: gleiche Scherkraft in Schweißnähten wie in zusammenhängenden Querschnitt: $4a\,l_0\,\tau_{\text{zul,SN}} = lb\,\tau$
   $\rightarrow$ $l_0 = 173{,}1$ mm
2. Ansatz: gleiche Scherkraft in Bolzen wie in zusammenhängenden Querschnitt: $2\frac{\pi}{4}d_{\text{B}}^2\,\tau_{\text{zul,B}} = lb\,\tau$
   $\rightarrow$ $d_{\text{B}} = 30{,}9$ mm

Aufgabe 2.5.1 $\sigma_v = 0{,}75\,\sigma_0$, $\tau_{uv} = -0{,}433\,\sigma_0$

Aufgabe 2.5.2 $\sigma_{\text{I}} = 132{,}17$ MPa, $\sigma_{\text{II}} = 59{,}25$ MPa, $\sigma_{\text{III}} = -96{,}42$ MPa, $\tau_{\max} = 114{,}29$ MPa

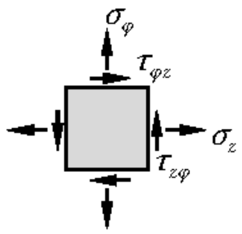
Aufgabe 2.5.3 1. aus Gleichgewicht in x-Richtung $\sigma_x = -9{,}375$ MPa
   geometrische Zwangsbedingungen:
   $\Delta b_y = 0 \rightarrow \varepsilon_y = 0 = \frac{1}{E}(\sigma_y - \nu(\sigma_z + \sigma_x))$
   $\Delta b_z = 0 \rightarrow \varepsilon_z = 0 = \frac{1}{E}(\sigma_z - \nu(\sigma_y + \sigma_x))$

$$\rightarrow \underline{\sigma_y = \sigma_z = \sigma_x \cdot \frac{\nu}{1-\nu} = -6{,}250\ \text{MPa}}$$

$$2.\ \varepsilon_x = \frac{\Delta h}{h} \rightarrow \underline{\Delta h = -\frac{Fh}{Eb^2} \cdot \frac{1-\nu-2\nu^2}{1-\nu} = -0{,}035\ \text{mm}}$$

Aufgabe 2.5.4 $\sigma_{\text{I}} = 87{,}41$ MPa, ($\varphi_{\text{I}} = 81{,}57°$), $\sigma_{\text{II}} = 0$ MPa,
$\sigma_{\text{III}} = -257{,}41$ MPa, ($\varphi_{\text{III}} = -8{,}43°$),
$\sigma_u = -124{,}20$ MPa, $\sigma_v = -45{,}80$ MPa, $\tau_{uv} = 167{,}89$ MPa

Aufgabe 2.5.5



$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{pmatrix} \sigma_z & \tau_{z\varphi} \\ \tau_{\varphi z} & \sigma_\varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 35{,}0 & 7{,}98 \\ 7{,}98 & 0 \end{pmatrix} \text{MPa}$$

$\sigma_{\text{I}} = 36{,}73$ MPa, ($\varphi_{\text{I}} = 12{,}3°$), $\sigma_{\text{II}} = 0$ MPa, $\sigma_{\text{III}} = -1{,}73$ MPa,
$\tau_{\max} = 19{,}23$ MPa
2-achsiger Spannungszustand, da 2 Hauptspannungen $\neq 0$

Aufgabe 2.5.6 aus Gleichgewicht folgen $\sigma_x = 0$ und $\sigma_z = -p$
geometrische Zwangsbedingung: $\Delta h = 0 \rightarrow \varepsilon_y = 0$

$$1.\ \varepsilon_z = \frac{\Delta l}{l} \rightarrow \underline{\Delta l = -\frac{pl}{E} \cdot (1-\nu^2) = -0{,}8317\ \text{mm}}$$

$$2.\ \varepsilon_x = \frac{\Delta d}{d} \rightarrow \underline{\Delta d = \frac{\nu p d}{E} \cdot (1+\nu) = 0{,}0219\ \text{mm}}$$

Aufgabe 2.5.7 auf Außenseite ebener Spannungszustand mit

$$\sigma_a = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_a + \nu\varepsilon_\varphi) \text{ und } \sigma\varphi = \frac{E}{1-\nu^2}(\varepsilon_\varphi + \nu\varepsilon_a)$$

mit Membrantheorie (Kesselformel): $\underline{\Delta p_{\text{i}} = 5{,}32\ \text{MPa}}$

Aufgabe 2.6.1 $\sigma_{B,\max} = 28{,}89$ MPa, $\tau_{B,\max} = 14{,}46$ MPa,
$\rightarrow \sigma_{\text{GEH},B,\max} = 38{,}24$ MPa

Aufgabe 2.6.2 $M_{\text{t}} = 3{,}1252 \cdot 10^5$ Nm, $d_{\min} = 259{,}237$ mm (gewählt 260 mm),
Auslastungsgrad $\dfrac{\sigma_{\text{V,GEH}}}{\sigma_{\text{zul}}} = 77{,}06\%$

Aufgabe 2.6.3 Abschnitt 1: $\sigma_{\text{V1,max}} = 158{,}60$ MPa, $\dfrac{R_e}{S_{\text{F}}} = 140\ \text{MPa} < \sigma_{\text{V1,max}}$
$\rightarrow$ Nachweis nicht erbracht

$$d_{1,\min} = \left(\frac{256 S_{\text{F}}^2}{\pi^2 R_e^2} \cdot (4M_{\text{b2}}^2 + 3M_{\text{t}}^2)\right)^{1/6} = 93{,}82\ \text{mm}$$

Abschnitt 2: $\sigma_{\mathrm{V2,max}} = 114{,}00$ MPa, $\dfrac{R_e}{S_\mathrm{F}} > \sigma_{\mathrm{V2,max}}$
$\rightarrow$ Nachweis erbracht

Aufgabe 2.6.4
1. kritische Stelle bei Lager B (maximales Biegemoment und schwacher Querschnitt)
$\sigma_{\mathrm{b}B} = 235{,}79$ MPa, $\tau_{\mathrm{t}B} = 58{,}96$ MPa, $\underline{\sigma_{\mathrm{V,max}} = 256{,}95 \text{ MPa}}$
2. $\underline{\varphi_{\mathrm{ges}} = 1{,}15^\circ}$

Aufgabe 2.6.5
1. Innendruck: $\sigma_a = 24{,}0$ MPa, $\sigma_\varphi = 48{,}0$ MPa
Torsion: $\tau_{a\varphi} = 19{,}26$ MPa
$\sigma_{\mathrm{V,GEH}} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_a - \sigma_\varphi)^2 + \sigma_a^2 + \sigma_\varphi^2 + 6\tau_{a\varphi}^2\right]} = 53{,}30$ MPa
2. $M_{\mathrm{t,max}} = 15{,}194$ kNm

Aufgabe 2.6.6
Nachweisstelle an Einspannung A (Schnittreaktionen dort extrem)
$M_{\mathrm{b}x,A} = -2Fa$, $M_{\mathrm{b}y,A} = 3Fa$
$M_{\mathrm{b,res},A} = \sqrt{M_{\mathrm{b}x,A}^2 + M_{\mathrm{b}y,A}^2} = 504{,}78$ Nm
$M_{\mathrm{t,A}} = -3Fa$
erforderlicher Durchmesser folgt aus $\sigma_{\mathrm{zul}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}$

$$d_{\mathrm{i,min}} = \left(d_\mathrm{a}^4 - \frac{32 d_\mathrm{a}}{\pi \sigma_{\mathrm{zul}}}\sqrt{M_{\mathrm{b}x,A}^2 + 3\left(\frac{M_{\mathrm{t,A}}}{2}\right)^2}\right)^{\frac{1}{4}} = 46{,}03 \text{ mm}$$

Aufgabe 2.6.7
$M_{\mathrm{b}x,\mathrm{max}} = \frac{1}{4} m_\mathrm{S} g a = 27{,}591$ Nm,
$M_{\mathrm{b}y,\mathrm{max}} = \frac{1}{4}(F_1 + F_2)\, a = 78{,}125$ Nm,
$M_{\mathrm{b,res,max}} = \sqrt{M_{\mathrm{b}x,\mathrm{max}}^2 + M_{\mathrm{b}x,\mathrm{max}}^2} = 82{,}854$ Nm,
$M_{\mathrm{t,max}} = (F_1 - F_2) \cdot \frac{d_\mathrm{S}}{2} = 52{,}500$ Nm,
$d_{\mathrm{W,min}} = 16{,}96$ mm

Aufgabe 2.6.8
S235: $p_{\mathrm{i,max}} = 14{,}92$ MPa, $\Delta d_\mathrm{a} = 0{,}189$ mm
EN-GJL-300: $p_{\mathrm{i,max}} = 10{,}53$ MPa, $\Delta d_\mathrm{a} = 0{,}274$ mm
Hinweis: Durchmesseraufweitung folgt aus $\varepsilon_\varphi = \dfrac{\Delta U}{U} = \dfrac{\Delta d}{d}$

Aufgabe 2.7.1
1. $\lambda = 140 > \lambda_0 \rightarrow$ (elastisches Knicken), Euler-Fall 3
2. $\Delta l = 0 = l\left(-\dfrac{F_\mathrm{K}}{EA} + \alpha \Delta T_\mathrm{K}\right)$, $F_\mathrm{K} = \dfrac{\pi^2 EI}{l_\mathrm{K}^2}$
$\rightarrow \Delta T_\mathrm{K} = 41{,}27$ K

Aufgabe 2.7.2
$\lambda = 86{,}6$, Euler-Fall 4
S235: inelastisches Knicken ($\lambda_0 = 105$)
$F_\mathrm{K} = 42{,}26$ kN, $S_\mathrm{K} = 3{,}67$
C45: elastisches Knicken ($\lambda_0 = 73$)
$F_\mathrm{K} = 55{,}28$ kN, $S_\mathrm{K} = 4{,}81$

Aufgabe 2.7.3 $I_{\text{min}} = 0{,}0737\ \text{mm}^4$, $\lambda = 207{,}4$ (elastisches Knicken), $F_{\text{K}} = 48{,}7$ N
überschlägige Berechnung: $\tilde{F}_{\text{K}} = 67{,}3$ N (um Faktor 1,38 zu groß)

Aufgabe 2.7.4 1. $F = \dfrac{2(m_1 + m_2)g}{\tan\alpha} = 6488{,}7$ N
2. $\lambda = 160$, $F_{\text{K}} = 25435\ \text{N} \rightarrow S_{\text{K}} = 5{,}185$

Aufgabe 2.7.5 1. $\lambda = 133{,}3$ (elastisches Knicken) $\rightarrow F_{\text{S,zul}} = 3433{,}7$ N
2. $\Delta l_{\text{S}} = 0{,}0463$ mm,
3. $M_{\text{A,max}} = F\sqrt{a^2 - l_{\text{S}}^2} = 772{,}64$ Nm

Aufgabe 2.7.6 Stabkraft $F_{\text{S}} = \dfrac{3\ \ F_1}{2\cos\alpha} = 6{,}1$ kN
$d_{\text{erf}} = 20{,}64$ mm (berechnet unter Annahme elastischen Knickens),
Überprüfung $\lambda(d_{\text{erf}}) = 106{,}6 \rightarrow$ Annahme berechtigt

Aufgabe 3.1.1 $v_0 = 19{,}62$ m/s, $h = 19{,}62$ m, $v_1 = -19{,}62$ m/s

Aufgabe 3.1.2 $x_{\text{A}} = v_{\text{F}}\sqrt{\dfrac{2h}{g}} = 22{,}34$ cm

Aufgabe 3.1.3 $a_{\text{B}} = 4{,}171\ \text{m/s}^2$

Aufgabe 3.1.4 $x_A(t) = a\sin(\Omega t)$

$$y_B(t) = \sqrt{L^2 - a^2\sin^2(\Omega t)}$$

$$\dot{y}_B = \frac{a^2\Omega\sin(\Omega t)\cos(\Omega t)}{\sqrt{L^2 - a^2\sin^2(\Omega t)}}$$

$$\dot{x}_C(t) = \tfrac{1}{2}\dot{x}_A(t),\ \dot{y}_C(t) = \tfrac{1}{2}\dot{y}_B(t)$$

$$v_C = \sqrt{\dot{x}_C^2 + \dot{y}_C^2} = \frac{a\Omega L\cos(\Omega t)}{2\sqrt{L^2 - a^2\sin^2(\Omega t)}}$$

Aufgabe 3.1.5 $U_1 = \dfrac{\dot{\varphi}_0 t_1}{3\pi} = 38{,}89$ Umdrehungen, $a(t{=}5\ \text{s}) = 566{,}74\ \text{m/s}^2$

Aufgabe 3.1.6 $t = 0$ s: $v = 0{,}236$ m/s, $a = 0{,}263\ \text{m/s}^2$
$t = 4$ s: $v = 0{,}659$ m/s, $a = 0{,}468\ \text{m/s}^2$

Aufgabe 3.1.7 1. Bereich $(t \leq t_1)$: $\ddot{\varphi}(t) = \dfrac{\alpha}{t_1^2}\cdot t^2$, $v(t_1) = 13$ m/s,

2. Bereich $(t > t_1)$: $\ddot{\varphi}(t) = -\dfrac{\alpha}{t_2 - t_1}\cdot t + \dfrac{\alpha t_2}{t_2 - t_1}$, $v(t_2) = 31$ m/s

Aufgabe 3.1.8 $r(t) = \sqrt{R^2 + l^2 - 2Rl\cos(\omega t)}$, $r(t_1) = 30{,}98$ mm,

$$\varphi(t) = \arctan\left(\frac{R\sin(\omega t)}{l - R\cos(\omega t)}\right),\ \varphi(t_1) = 0{,}497 \text{ bzw. } 28{,}48°$$

$$\dot{r}(t) = \frac{Rl\omega\sin(\omega t)}{\sqrt{R^2 + l^2 - 2Rl\cos(\omega t)}}, \ \dot{r}(t_1) = 7{,}153 \text{ mm/s}$$

$$\dot{\varphi}(t) = \frac{R\omega(l\cos(\omega t) - R)}{R^2 + l^2 - 2Rl\cos(\omega t)}, \ \dot{\varphi}(t_1) = 0{,}2255 \text{ s}^{-1}$$

Aufgabe 3.1.9

$$x(t) = r\left(1 - \cos(\omega t) + \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2 \cdot \sin^2(\omega t)}\right)\right)$$

$$\dot{x}(t) = r\omega\left(\sin(\omega t) + \lambda \cdot \frac{\sin(\omega t)\cdot\cos(\omega t)}{\sqrt{1 - \lambda^2\cdot\sin^2(\omega t)}}\right)$$

$$\ddot{x}(t) = r\omega^2\left(\cos(\omega t) + \lambda \cdot \frac{\cos^2(\omega t) - \sin^2(\omega t)\cdot(1 - \lambda^2\cdot\sin^2(\omega t))}{(1 - \lambda^2\cdot\sin^2(\omega t))^{\frac{3}{2}}}\right)$$

Aufgabe 3.1.10

$$x(\varphi) = \frac{L_1 r\sin\varphi}{\sqrt{L_2^2 + r^2 - 2L_2 r\cos\varphi}}$$

$$\dot{x}(\varphi) = \Omega L_1 r\frac{(L_2^2 + r^2)\cos\varphi - L_2 r(1 + \cos^2\varphi)}{(L_2^2 + r^2 - 2L_2 r\cos\varphi)^{\frac{3}{2}}}$$

Aufgabe 3.1.11

$$s(\varphi) = r\left(1 - \cos\varphi + \frac{1}{\lambda}\left(1 - \sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\varphi}\right)\right)$$

$$\dot{s}(\varphi) = r\Omega\left(\sin\varphi + \lambda\cdot\frac{\sin\varphi\cos\varphi}{\sqrt{1 - \lambda^2\sin^2\varphi}}\right)$$

$$\ddot{s}(\varphi) = r\Omega^2\left(\cos\varphi + \lambda\cdot\frac{\cos^2\varphi - \sin^2\varphi\,(1 - \lambda^2\sin^2\varphi)}{(1 - \lambda^2\sin^2\varphi)^{\frac{3}{2}}}\right)$$

Aufgabe 3.1.12

$$\dot{x}_P = R\dot{\varphi}\cos\varphi + R\dot{\varphi}, \quad \dot{y}_P = -R\dot{\varphi}\sin\varphi$$

$$v_P = \sqrt{\dot{x}_P^2 + \dot{y}_P^2} = \sqrt{2R^2\dot{\varphi}^2(1 + \cos\varphi)},$$

$$v_P(\varphi{=}0) = 2R\dot{\varphi}$$

Aufgabe 3.1.13

Freiheitsgrad $f = 1$,
generalisierte Koordinate x (Translation Bauteil),
freie Koordinaten φ_A (Antrieb) und φ_{T} (Trommel)
Zwangsbedingungen: $\varphi_{\mathrm{T}} = \frac{1}{r_1}\cdot x$, $\varphi_A = \frac{r_2}{r_{\mathrm{A}} r_1}\cdot x$

Aufgabe 3.1.14

$$\vec{r}_P(t) = \begin{pmatrix} (R + r)\cos(\Omega t) + 2r\cos\big((1 + R/r)\Omega t\big) \\ (R + r)\sin(\Omega t) + 2r\sin\big((1 + R/r)\Omega t\big) \end{pmatrix}$$

$$\dot{\vec{r}}_P(t) = \begin{pmatrix} -(R + r)\Omega\cdot\Big(\sin(\Omega t) + 2\sin\big((1 + R/r)\Omega t\big)\Big) \\ (R + r)\Omega\cdot\Big(\cos(\Omega t) + 2\cos\big((1 + R/r)\Omega t\big)\Big) \end{pmatrix}$$

$$\ddot{\vec{r}}_P(t) = \begin{pmatrix} -(R+r)\Omega^2 \cdot \Big(\cos(\Omega t) + 2(1+R/r)\cos\big((1+R/r)\Omega t\big)\Big) \\ -(R+r)\Omega^2 \cdot \Big(\sin(\Omega t) + 2(1+R/r)\sin\big((1+R/r)\Omega t\big)\Big) \end{pmatrix}$$

$$|\dot{\vec{r}}(t)| = (R+r)\Omega\sqrt{5 + 4\cos(R/r\cdot\Omega t)}$$

$$|\ddot{\vec{r}}(t)| = (R+r)\Omega^2\sqrt{1 + 4(1+R/r)\big(1 + R/r + \cos(R/r\cdot\Omega t)\big)}$$

Hinweis: Die Termumformung für die Beträge erfolgte unter Ausnutzung folgender Identitäten:
$\sin^2(a) + \cos^2(a) = 1$, $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$ und $\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$

Aufgabe 3.1.15 a) Freiheitsgrad $f = 1$, 5 freie Koordinaten: x_1, φ_2, x_3, φ_3, x_4
4 Zwangsbed.: $x_1 = r_2\varphi_2$, $x_3 = x_1$, $x_4 = x_3 + r_3\varphi_3$, $x_3 = r_3\varphi_3$

b) Freiheitsgrad $f = 2$, 5 freie Koordinaten, 3 Zwangsbedingungen $\rightarrow x_3 = x_1$ nicht mehr gegeben

Aufgabe 3.2.1 $J = 25{,}01\ \text{kg}\cdot\text{dm}^2 = 0{,}2501\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

Aufgabe 3.2.2 $J_D = 1{,}072\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

Aufgabe 3.2.3 $J = 1116{,}3\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

Aufgabe 3.2.4 $J_{S,z} = 79{,}791\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, $n_1 = 1392{,}3$ U/min,
bei $t = t_2$: 705,12 Umdrehungen

Aufgabe 3.2.5 $\Omega_{\text{max}} = \sqrt{\dfrac{g}{\hat{s}}} \quad\rightarrow\quad f_{\text{max}} = 4{,}07\ \text{s}^{-1}$

Aufgabe 3.2.6 Allradantrieb: $a_{\text{max}} = g(\mu\cos(\alpha) - \sin(\alpha)) = 1{,}464\ \text{m/s}^2$

Vorderradantrieb: $a_{\text{max}} = g\left(\dfrac{\mu c\cos(\alpha)}{2c+\mu b} - \sin(\alpha)\right) = 0{,}198\ \text{m/s}^2$

Hinterradantrieb: $a_{\text{max}} = g\left(\dfrac{\mu c\cos(\alpha)}{2c-\mu b} - \sin(\alpha)\right) = 0{,}294\ \text{m/s}^2$

Aufgabe 3.2.7 $J_z = 197{,}57\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$, $\Delta t_1 = 111{,}84$ s, $\Delta t_2 = 1379{,}3$ s

Aufgabe 3.2.8 $x(t) = v_0\cos\alpha\, t$, $y(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0\sin\alpha\, t$

$\rightarrow y(x) = -\dfrac{g\cdot x^2}{2v_0^2\cos^2(\alpha)} + \tan(\alpha)\cdot x$, $\alpha_1 = 73{,}66°$, $\alpha_2 = 33{,}69°$

$v_{0,\text{min}} = 32{,}67$ m/s, $\alpha_{\text{min}} = 53{,}68°$

Aufgabe 3.2.9 $M_{\text{R}} = \dfrac{\mu D}{3}\cdot(m_{\text{S}}g + F) = 1186$ Nm

$\ddot{\varphi} = -\dfrac{8\mu}{3m_{\text{S}}D}(m_{\text{S}}g + F) = -10{,}98\ \text{s}^{-2}$

$t_{\text{B}} = 227{,}6$ s, $n_{\text{B}} = 45.278{,}5$ Umdrehungen

Aufgabe 3.2.10 Normalkraft zwischen Wand und Körper $F_\mathrm{N} = mR\dot{\varphi}^2$

Rutschen, wenn $mg = \mu F_\mathrm{N} \rightarrow \dot{\varphi}_\mathrm{min} = \sqrt{\dfrac{g}{\mu R}}$

$n_\mathrm{min} = 94{,}58$ U/min

Aufgabe 3.2.11 zu Beginn überlagertes Rollen und Gleiten → Freiheitsgrad 2

Bewegungsgleichungen: $\ddot{x} = -\mu g$ und $\ddot{\varphi} = \dfrac{5}{2}\dfrac{\mu g}{r}$

ab $t = t_1$ reines Rollen → $\dot{x} = r\dot{\varphi}$ (Freiheitsgrad 1)

$t_1 = \dfrac{2\dot{x}_0}{7\mu g} = 1{,}165$ s, $\quad x_1 = 3{,}994$ m, $\quad \dot{x}_1 = 2{,}857$ m/s

Aufgabe 3.2.12 $F_{Ax}(\rightarrow) = me\left(\dfrac{g}{h} - \dfrac{\dot{\varphi}^2}{2}\right)$, $F_{Ay}(\uparrow) = mg$

$F_{Bx}(\rightarrow) = -me\left(\dfrac{g}{h} + \dfrac{\dot{\varphi}^2}{2}\right)$

$n{=}0$: $F_\mathrm{Ax}{=}2{,}943$ N, $F_\mathrm{Ay}{=}147{,}15$ N, $F_\mathrm{Bx}{=}{-2{,}943}$ N
$n{=}500$ U/min: $F_\mathrm{Ax}{=}{-202{,}67}$ N, $F_\mathrm{Ay}{=}147{,}15$ N, $F_\mathrm{Bx}{=}{-208{,}56}$ N

Aufgabe 3.2.13 Bewegungsgleichung: $\ddot{\varphi} + \dfrac{M_0}{J_\mathrm{M} \cdot \dot{\varphi}_\mathrm{max}} \cdot \dot{\varphi} = \dfrac{M_0}{J_\mathrm{M}}$

DGL: $\ddot{\varphi} + a \cdot \dot{\varphi} = a \cdot \dot{\varphi}_\mathrm{max}$ mit $a = \frac{M_0}{J_\mathrm{M} \cdot \dot{\varphi}_\mathrm{max}}$

lineare, inhomogene DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten

Lösung der DGL: $\quad \varphi(t) = \varphi_\mathrm{homogen} + \varphi_\mathrm{partikulär}$

homogene Lösung: Ansatz $\varphi(t) = e^{\lambda t}$ führt auch charakteristische Gleichung $\lambda^2 + a\lambda = 0$ mit den Nullstellen $\lambda_1 = 0$ und $\lambda_2 = -a$, so dass $\varphi_\mathrm{homogen} = C_1 + C_2 \cdot e^{-at}$

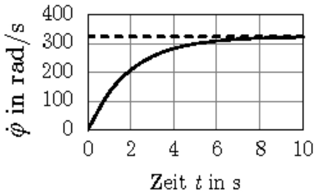
Partikulärlösung: Ansatz für Störfunktion $a \cdot \dot{\varphi}_\mathrm{max}$ lautet $\varphi_\mathrm{partikulär} = C_3 \cdot t$, in DGL eingesetzt folgt $C_3 = \dot{\varphi}_\mathrm{max}$

allgemeine Lösung: $\varphi(t) = C_1 + C_2 \cdot e^{-at} + \dot{\varphi}_\mathrm{max} \cdot t$
aus Anfangsbedingungen: $\varphi(t=0) = 0$ und $\dot{\varphi}(t=0) = 0$ folgen $C_1 = -\dfrac{\dot{\varphi}_\mathrm{max}}{a}$ und $C_2 = \dfrac{\dot{\varphi}_\mathrm{max}}{a}$ und somit die Lösung der DGL

$$\varphi(t) = \frac{J_\mathrm{M} \cdot \dot{\varphi}_\mathrm{max}}{M_0} \cdot \left(\dot{\varphi}_\mathrm{max} \cdot e^{-\frac{M_0}{J_\mathrm{M}\dot{\varphi}_\mathrm{max}}t} + \frac{M_0}{J_\mathrm{M}} \cdot t - \dot{\varphi}_\mathrm{max}\right)$$

Berechnung der Drehzahlen: $\dot{\varphi}(t) = \dot{\varphi}_\mathrm{max}\left(1 - e^{-\frac{M_0}{J_\mathrm{M} \cdot \dot{\varphi}_\mathrm{max}} \cdot t}\right)$

$\dot{\varphi}(t{=}4\text{ s}) = 283{,}2\ \mathrm{s}^{-1}$ bzw. $n(t{=}4\text{ s}) = 2704{,}5$ U/min
$\dot{\varphi}(t{=}10\text{ s}) = 323{,}1\ \mathrm{s}^{-1}$ bzw. $n(t{=}4\text{ s}) = 3085{,}1$ U/min



$\dot{\varphi}_{\max} = 325\ \mathrm{s}^{-1}$ kann nur asymptotisch erreicht werden

Aufgabe 3.2.14 $x_\mathrm{S}(\varphi) = r + e \cdot \cos(\varphi)$
$\ddot{x}_\mathrm{S}(\varphi) = -e\omega^2 \cdot \cos(\varphi)$ mit $\varphi = \omega t$
$F_\mathrm{N} = m_\mathrm{s} \cdot g + F_0 + e \cdot \cos(\omega t) \cdot (m_\mathrm{s} \cdot \omega^2 - c)$
Nocken hebt ab, wenn $F_\mathrm{N} = 0$ wird. Da $-1 \leq \cos(\omega t) \leq 1$ ist, muss für Abheben $m_\mathrm{s} \cdot g + F_0 = e \cdot (m_\mathrm{s} \cdot \omega^2 - c)$ gelten.

$$\rightarrow \omega_\mathrm{krit} = \sqrt{\frac{g}{e} + \frac{1}{m_\mathrm{s}}\left(\frac{F_0}{e} + c\right)} \rightarrow n_\mathrm{krit} = 3780{,}6\ \mathrm{U/min}$$

Aufgabe 3.3.1 Beschleunigungen: Transporter $a_\mathrm{T} = -7{,}699\ \mathrm{m/s^2}$,
Ladung $a_\mathrm{K} = -1{,}472\ \mathrm{m/s^2} \quad \rightarrow \quad$ Ladung rutscht
$v_\mathrm{c} = \sqrt{(a_\mathrm{K} - a_\mathrm{T}) \cdot 2b} = 3{,}529\ \mathrm{m/s}$ bzw. $12{,}71\ \mathrm{km/h}$

Aufgabe 3.3.2 $$\ddot{x}_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + \frac{1}{2}m_3} \cdot g = 0{,}0625 \cdot g = 0{,}631\ \mathrm{m/s^2},$$
$\Delta t = 2{,}423\ \mathrm{s}$,
$F_\mathrm{S1} = 104{,}23\ \mathrm{N}$ (106,25 % der stat. Last),
$F_\mathrm{S2} = 110{,}36\ \mathrm{N}$ (93,75 % der stat. Last)

Aufgabe 3.3.3 $$\ddot{x}_3 = \frac{M_\mathrm{A} - r_1 g\,(2m_3 + m_2)}{\frac{J_1}{2r_1} + \frac{J_2 r_1}{2r_2^2} + r_1\left(2m_3 + \frac{m_2}{2}\right)}$$
$M_\mathrm{A,1} = 63{,}968\ \mathrm{Nm}$, $\quad M_\mathrm{A,2} = 56{,}898\ \mathrm{Nm}$,
$F_\mathrm{S,a} = 317{,}89\ \mathrm{N}$, $\quad F_\mathrm{S,b} = 284{,}49\ \mathrm{N}$

Aufgabe 3.3.4 $$\ddot{\varphi} = \frac{g(1-\mu)}{3r} = 4{,}0875\ \mathrm{s}^{-2}$$
$\varphi(t{=}4\ \mathrm{s}) = 32{,}7\ \mathrm{rad} \mathrel{\widehat{=}} 5{,}2$ Umdrehungen

Aufgabe 3.3.5 $F_\mathrm{A,max} = F_\mathrm{Bolzen,max} = m_\mathrm{S} r \omega^2 = 631{,}6\ \mathrm{N}$,
$M_\mathrm{A}(t) = m_\mathrm{S} r^2 \omega^2 \cdot \cos\varphi \sin\varphi = \frac{1}{2} m_\mathrm{S} r^2 \omega^2 \cdot \sin(2\varphi)$
$M_\mathrm{A,max} = \frac{1}{2} m_\mathrm{S} r^2 \omega^2 = 47{,}37\ \mathrm{Nm}$

Aufgabe 3.3.6 mit $m_1{=}2m_\mathrm{h}$, $m_2{=}2m_\mathrm{v}$, $J_1{=}2J_\mathrm{h}$, $J_2{=}2J_\mathrm{v}$

$$\ddot{x} = \frac{M_\mathrm{A}}{\frac{J_1}{r_\mathrm{h}} + J_2 \cdot \frac{r_\mathrm{h}}{r_\mathrm{v}^2} + r_\mathrm{h}(m_1 + m_2 + m_\mathrm{T})} = \frac{M_\mathrm{A}}{\tilde{m}} = \frac{M_\mathrm{A}}{4208{,}8\ \mathrm{kg{\cdot}m}},$$

Abheben der Vorderräder, wenn $F_\mathrm{N,v} = 0$

$$M_{\mathrm{A,max}} = \frac{\tilde{m} \cdot g \left(l_{\mathrm{h}} + l_{\mathrm{v}}\right) \left(m_2 + m_{\mathrm{T}} \frac{l_{\mathrm{h}}}{l_{\mathrm{h}} + l_{\mathrm{v}}}\right)}{m_{\mathrm{T}} \left(h_{\mathrm{S}} - r_{\mathrm{h}}\right) + \tilde{m} - \left(\frac{J_2}{r_{\mathrm{v}}^2} + m_2\right) \left(r_{\mathrm{h}} - r_{\mathrm{v}}\right)} = 33{,}7 \text{ kNm}$$

Aufgabe 3.3.7

1. $M_{\mathrm{A},1} = J_{\mathrm{A}} \frac{r_2}{r_{\mathrm{A}} r_1} \ddot{x} + m(g + \ddot{x}) \frac{r_1 r_{\mathrm{A}}}{r_2} + J_{\mathrm{T}} \frac{r_{\mathrm{A}}}{r_1 r_2} \ddot{x} = 626{,}29$ Nm
2. $M_{\mathrm{A},2} = 588{,}6$ Nm
3. $\Delta t_3 = 0{,}64$ s

Aufgabe 3.3.8

$$M_{\mathrm{R}} = \frac{1}{3} \mu F_{\mathrm{k}} \cdot \frac{D_{\mathrm{a}}^3 - D_{\mathrm{i}}^3}{D_{\mathrm{a}}^2 - D_{\mathrm{i}}^2} = 356{,}79 \text{ Nm}$$

Ende des Kupplungsvorgangs, wenn $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_1$ mit

$$\dot{\varphi}_1 = \frac{M_{\mathrm{t}} - M_{\mathrm{R}}}{J_1} \cdot t + \omega_1 \text{ und } \dot{\varphi}_2 = \frac{M_{\mathrm{R}}}{J_2} \cdot t$$

$$\rightarrow t_{\mathrm{k}} = \frac{\omega_1}{M_{\mathrm{R}}/J_2 + \left(M_{\mathrm{R}} - M_{\mathrm{t}}\right)/J_1} = 5{,}03 \text{ s}$$

$\dot{\varphi}(t_{\mathrm{k}}) = 358{,}58 \text{ s}^{-1}$

Aufgabe 3.3.9

$$\ddot{x} = \frac{M_{\mathrm{A}} \frac{r_2}{r_1} - m_3 g r_1}{J_1 \frac{r_2^2}{r_1^3} + m_3 r_1 + J_2 \frac{1}{r_1}} = 0{,}106 \text{ m/s}^2$$

$F_{\mathrm{S}} = 334{,}08$ N

$\dot{x}(t{=}5 \text{ s}) = 0{,}81$ m/s, (Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = \frac{2\pi n_0}{60 \frac{\mathrm{min}}{\mathrm{s}}} \cdot \frac{r_1^2}{r_2}$)

$t_2 = 12{,}63$ s

Aufgabe 3.4.1

$$v_1 = \sqrt{2gl \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha))} = 2{,}33 \text{ m/s}$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2l}{g \cdot (\sin(\alpha) - \mu \cos(\alpha))}} = 1{,}54 \text{ s}$$

$F_{\mathrm{F,max}} = c \cdot x_{\mathrm{F,max}} = 646{,}4$ N, mit $x_{\mathrm{F,max}} = 43{,}1$ mm

Aufgabe 3.4.2

$$F(t) = F_{\max} \cdot \sin\left(\frac{\pi}{t_{\mathrm{S}}} \cdot t\right)$$

$$F_{\max} = \frac{m v_1 \pi}{2 t_s} = 66{,}27 \text{ N}$$

Aufgabe 3.4.3 siehe Ergebnis Aufgabe 3.2.4

Aufgabe 3.4.4 aus Arbeitssatz: $\varphi_{\mathrm{B}} = 426{,}4 \text{ rad} \mathrel{\widehat{=}} 67{,}86$ Umdrehungen
aus Impulssatz: $t_{\mathrm{B}} = 2{,}26$ s

Aufgabe 3.4.5 Geschwindigkeit direkt vor Stoß: $v_1 = x_1 \sqrt{\frac{c_1}{m_1}}$

Geschwindigkeit direkt nach Stoß $v_2 = \dfrac{x_1\sqrt{c_1 m_1}}{m_1 + m_2}$

max. Federweg: $x_{2,\max} = x_1 \cdot \sqrt{\dfrac{c_1 m_1}{c_2(m_1 + m_2)}} = 1{,}22$ cm

Aufgabe 3.4.6 $\omega_1 = \sqrt{\dfrac{2(m_\mathrm{S} + m_\mathrm{Z}) \cdot g \cdot x_\mathrm{S}(1 + \sin(\varphi_0))}{J}} = 7{,}338\ \mathrm{s}^{-1}$
mit $x_\mathrm{S} = 0{,}583$ m (Schwerpunktabstand zum Drehpunkt) und
$J = 9{,}008\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$ (Massenträgheitsmoment bzgl. Drehpunkt)
$T_1 = 242{,}55$ J
$W_\mathrm{S} = (m_\mathrm{S} + m_\mathrm{Z}) \cdot g \cdot x_\mathrm{S}(\sin(\varphi_0) + \cos(\varphi_2)) = 220{,}39$ J

Aufgabe 3.5.1 a) $f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{5mgl + 3cl^2}{8ml^2}} = 1{,}865$ Hz, $T = 0{,}536$ s

b) $f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{5g}{8l}} = 0{,}557$ Hz, $T = 1{,}794$ s

c) $f_0 = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{3c}{8m}} = 1{,}779$ Hz, $T = 0{,}562$ s

Aufgabe 3.5.2 $c_\mathrm{T} = 1288{,}25$ Nmm, $J = 0{,}5\ \mathrm{kg{\cdot}m^2}$

Aufgabe 3.5.3 1. Bewegungsgleichung: $0 = \left(\frac{3}{4}m_1 r + 2m_2 r\right) \cdot \ddot{x}_2 + \frac{1}{2}cr \cdot x_2$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{\frac{3}{2}m_1 + 4m_2}} = 15{,}34\ \mathrm{s}^{-1}, \qquad T = 0{,}417\ \mathrm{s}$$

2. $x_2(t) = \hat{x}_2 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$ mit $\hat{x}_2 = x_{2,0,\max}$ und $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$
Amplitude der Beschleunigung: $\hat{\ddot{x}}_2 = \omega_0^2 x_{2,0,\max}$
Schlaffseil, wenn $\hat{\ddot{x}}_2 = g \rightarrow x_{2,0,\max} = \dfrac{g}{\omega_0^2} = 0{,}0417$ m

Aufgabe 3.5.4 $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{g(m_\mathrm{Z} b - m_\mathrm{K} a)}{m_\mathrm{Z} b^2 + m_\mathrm{K} a^2}} = 0{,}667$ Hz $\rightarrow$ bpm $= 80{,}1$

$a^* = 9{,}87$ cm

Aufgabe 3.5.5 Steifigkeit Welle: $c_\mathrm{T} = \dfrac{E\pi d^4}{64l(1+\nu)} = 35.077.574$ N·mm/rad

Schwingungsamplitude: $\hat{\varphi} = \sqrt{\varphi_0^2 + \left(\dfrac{\dot{\varphi}_0}{\omega_0}\right)^2} = 0{,}1677\ \mathrm{rad} \mathrel{\hat{=}} 9{,}61°$

mit $\varphi_0 = 0$, $\dot{\varphi}_0 = \dfrac{2\pi n_0}{60\frac{\mathrm{min}}{\mathrm{s}}}$ und $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{c_\mathrm{T}}{J}}$

max. Schubspannung $\tau_{\max} = \dfrac{M_\mathrm{t}}{W_\mathrm{t}} = \dfrac{GI_\mathrm{t}\hat{\varphi}}{W_\mathrm{t} l} = 270{,}96$ MPa

Aufgabe 3.5.6 $f_0 = 2{,}52$ Hz und $\hat{x} = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0}{\omega_0}\right)^2} = 298{,}59$ mm, mit

Anfangsweg $x_0 = -\frac{m_2 g}{c}$, Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = \frac{\sqrt{2gh} \cdot m_2}{m_1 + m_2}$

und Eigenkreisfrequenz $\omega_0 = \sqrt{\frac{c}{m_1 + m_2}}$

$s_{\max} = \hat{x} + x_0 = 328{,}02$ mm, $t_1 = \frac{1}{\omega_0}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi_0\right) = 0{,}106$ s

$F_{\mathrm{F,max}} = (m_1 + m_2)g + c\hat{x} = 5067{,}45$ N

$\lambda = 1 + \frac{c\hat{x}}{(m_1 + m_2)g} = 8{,}61$

Aufgabe 3.5.7 $\lambda = \ln\left(\frac{1}{0{,}83}\right) = 0{,}186 \quad \rightarrow \quad D = 0{,}0296$

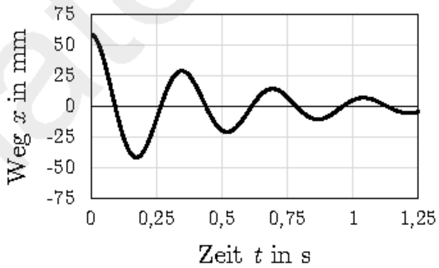
$c = \frac{4\pi^2 m}{T^2(1 - D^2)} = 149{,}8$ N/m

Aufgabe 3.5.8 $\omega_0 = \sqrt{\frac{ca^2}{J}}$, $J = 0{,}0603$ kg·m^2, $\delta = \frac{ba^2}{2J}$

$\rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega_{\mathrm{D}}} = 0{,}449$ s mit

Aufgabe 3.5.9 Gesamtfedersteifigkeit $c_{ges} = \frac{4}{5}c$
$\omega_{\mathrm{D}} = 18{,}698\ s^{-1}$, $f_{\mathrm{D}} = 2{,}9774$ Hz
$\tilde{b} = 355{,}2$ kg/s

Aufgabe 3.5.10 $x(t) = C \cdot e^{-D\omega_0 t} \cdot \sin(\omega_{\mathrm{D}} t + \varphi_0)$
mit $\omega_0 = 18{,}26\ \mathrm{s}^{-1}$, $D = 0{,}1095$, $\omega_{\mathrm{D}} = 18{,}04\ \mathrm{s}^{-1}$, $C = 0{,}0592$ m, $\varphi_0 = 1{,}4604$

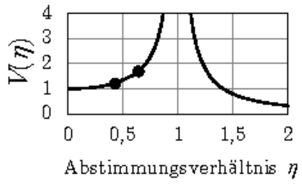


Aufgabe 3.5.11 $c_{\mathrm{D}} = 30.831$ Nm, $b_{\mathrm{D}} = 536{,}44\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{s}}\mathrm{m}^2$, $J_A = 6{,}04$ kg·m^2
$\rightarrow f_{\mathrm{g}} = 8{,}91$ Hz

Aufgabe 3.5.12 $b_{\mathrm{D}} = 208{,}1\ \mathrm{kg}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $c_{\mathrm{D}} = 3773{,}6$ Nm
$f = 1{,}147$ Hz (mit $J_A = 69{,}67$ kg·m^2)
$n = 3{,}54$ Schwingungsperioden

Aufgabe 3.6.1 $(m_\mathrm{P} + m_\mathrm{F}) \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + 2c \cdot x = \hat{F} \sin(\Omega t)$

$\hat{x}_1 = 8{,}7$ mm, $\quad \hat{x}_2 = 12{,}1$ mm



Aufgabe 3.6.2 $\hat{x}_1 = \dfrac{2m_\mathrm{u} r_\mathrm{u}}{m_\mathrm{F}} \cdot \dfrac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}} \quad$ mit $\eta = \Omega\sqrt{\dfrac{m}{c}}$

$\rightarrow D = 0{,}11176,\ b = 5913{,}87$ kg/s

Aufgabe 3.6.3 $\ddot{x}(t) = -\Omega^2 \hat{x} \cdot \sin(\Omega t) \rightarrow a_\mathrm{max} = \hat{\ddot{x}} = \Omega^2 \hat{x}$

zul. Schwingungsamplitude $\hat{x} = a_\mathrm{max}/\Omega^2 = \dfrac{1}{|1-\eta^2|} = 0{,}504$ mm

$\rightarrow \eta_\mathrm{min} \geq 4{,}981$

$\rightarrow c_\mathrm{max} = 191{,}94$ N/m

Aufgabe 3.6.4 $\omega_0 = 20\ \mathrm{s}^{-1}, \quad n_\mathrm{R} = 191{,}0$ U/min

$\hat{x} = 3$ mm

untere Schranke ($\eta < 1$): $\eta_\mathrm{u} = \sqrt{1 + \dfrac{\hat{x}_\mathrm{max}(m_\mathrm{T} + m_\mathrm{W})}{m_\mathrm{W} \cdot r}} = 0{,}792$

obere Schranke ($\eta > 1$): $\eta_\mathrm{u} = \sqrt{1 - \dfrac{\hat{x}_\mathrm{max}(m_\mathrm{T} + m_\mathrm{W})}{m_\mathrm{W} \cdot r}} = 1{,}567$

gesperrter Drehzahlbereich 151,3 U/min $\leq n \leq$ 299,3 U/min

Aufgabe 3.6.5 resultierende Parameter Drehschwingung: $c_\mathrm{D} = 1082{,}2$ kN·m, $b_\mathrm{D} = 16.000$ kg·m²/s, $J_A = 684{,}8$ kg·m²

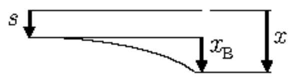
$n_\mathrm{Res} = 417{,}37$ U/min bei $\eta_\mathrm{Res} = \dfrac{1}{\sqrt{1-2D^2}} = 1{,}099$

$\hat{\varphi} = 2{,}864°$

Aufgabe 3.6.6 Federsteifigkeit Blattfeder: $c_\mathrm{B} = \dfrac{3EI}{l^3}$

Bewegungsgleichung: $\ddot{x} + \dfrac{3EI}{ml^3} \cdot x = \dfrac{3EI}{ml^3} \cdot \hat{s} \cdot \sin(\Omega t)$

$\omega_0 = \sqrt{\dfrac{3EI}{ml^3}} = 84{,}6\ \mathrm{s}^{-1}$



Schwingungsamplitude $\hat{x} = 1{,}73$ mm bei $\eta = 0{,}65$

Ampl. Biegemoment: $\hat{M} = \hat{x}_\mathrm{B} \cdot c_\mathrm{B} \cdot l = \dfrac{\hat{s}\eta^2}{1-\eta^2} \cdot \dfrac{3EI}{l^2} = 50{,}28$ Nm

Hinweis: $\hat{x}_{\mathrm{B}} = \hat{x} - \hat{s}$ gilt nur, da $D = 0$ und somit keine Phasenverschiebung zwischen Anregung und Antwort im Bereich $\eta < 1$, für $\eta > 1$ ist Phasenverschiebung $\varphi = 180°$

Aufgabe 3.6.7 für $\lambda = r/l \approx 0$ ist Verschiebung des linken Federendes infolge des Kurbeltriebs $s(t) = r \cdot \sin(\Omega t)$
DGL: $m \cdot \ddot{x} + b \cdot \dot{x} + c \cdot x = \underbrace{c \cdot r}_{\hat{F}} \cdot \sin(\Omega t)$, mit $m = m_{\mathrm{S}} + m_{\mathrm{G}}$
$\rightarrow$ gleiche Differentialgleichung wie bei Kraftanregung einer Masse
$\rightarrow$ Vergrößerungsfunktion V_{k} verwenden

aus 0,75 Schwingungsperioden pro Sekunde folgt:
$f = 0{,}75$ Hz bzw. $\Omega = 4{,}712\ \mathrm{s}^{-1}$ und damit $n = 45$ U/min

aus Bedingung $\hat{x} = \dfrac{e}{2} = \dfrac{\hat{F}}{c} \cdot V_{\mathrm{k}} = \dfrac{r}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + 4D^2\eta^2}}$ folgt mit

$D = \dfrac{\delta}{\omega_0}$, $\eta = \dfrac{\Omega}{\omega_0}$ und $\delta = \dfrac{b}{2m}$ für die Eigenkreisfrequenzen:

$$\omega_0^4 - \frac{2\Omega^2 e^2}{e^2 - 4r^2} \cdot \omega_0^2 + \frac{\Omega^2 e^2}{e^2 - 4r^2} \cdot (\Omega^2 + 4\delta^2) = 0$$

mit den positiven Lösungen: $\omega_{0,1} = 8{,}528\ \mathrm{s}^{-1}$ und $\omega_{0,2} = 3{,}789\ \mathrm{s}^{-1}$
$\rightarrow$ zwei mögliche Federkonstanten für optimalen Betriebszustand:
$c_1 = \omega_{0,1}^2 \cdot m = 5{,}454$ N/mm ($\eta = 0{,}55$) und
$c_2 = \omega_{0,2}^2 \cdot m = 1{,}077$ N/mm ($\eta = 1{,}24$)

$\hat{F}_A = \hat{\dot{x}} \cdot b = \Omega \cdot \frac{e}{2} \cdot b = 47{,}12$ N

Aufgabe 3.6.8 $c = \dfrac{p_{\max} \cdot A}{s} = 400$ N/mm
Druckausgleich, wenn $p_0 + \hat{p} = 0{,}75 \cdot p_{\max}$
$\rightarrow\ \hat{p} = 0{,}75 \cdot p_{\max} - p_0 = 1{,}0$ MPa

Amplitude bei Druckausgleich: $\hat{x} = s - \dfrac{p_0 \cdot A}{c} = 1{,}875$ mm

ungünstiger Resonanzfall: $\hat{x} = \dfrac{\hat{p} \cdot A}{c} \cdot V_{\max}$, mit

$$V_{\max} = \frac{1}{2D\sqrt{1-D^2}}$$

umgestellt nach D: $\quad 0 = D^4 - D^2 + \left(\dfrac{\hat{p} \cdot A}{2cx}\right)$

daraus folgt als Lösung $D = 0{,}169$, wobei die maximale Amplitude bei $\eta_{\max} = \sqrt{1 - 2D^2} = 0{,}971$ erreicht wird

erforderliche Dämpferkonstante $b = 2D\sqrt{c \cdot m} = 151{,}25$ kg/s

B Literatur zur Technischen Mechanik

[1] Balke, H.: *Einführung in die Technische Mechanik - Statik*, 3. Auflage, Springer, 2010

[2] Balke, H.: *Einführung in die Technische Mechanik - Festigkeitslehre*, 3. Auflage, Springer, 2014

[3] Balke, H.: *Einführung in die Technische Mechanik - Kinetik*, 4. Auflage, Springer, 2020

[4] Dankert, J., Dankert, H,: *Technische Mechanik - Statik, Festigkeitslehre, Kinematik/Kinetik*, 7. Auflage, Springer Vieweg, 2013

[5] Göldner, H., Holzweisig, F.: *Leitfaden der Technischen Mechanik - Statik, Festigkeitslehre, Kinematik, Dynamik*, 11. Auflage, VEB Fachbuchverlag Leipzig, 1989

[6] Fischer, K.-F., Günther, W.: *Technische Mechanik*, 2. Auflage, Wiley-VCH, 2013

[7] Selke, P.: *Statik*, De Gruyter Oldenbourg, 2018

[8] Assmann, B., Selke, P.: *Technische Mechanik 2: Festigkeitslehre*, 18. Auflage, De Gruyter Oldenbourg, 2013

[9] Assmann, B., Selke, P.: *Technische Mechanik 3: Kinematik und Kinetik*, 14. Auflage, De Gruyter Oldenbourg, 2007

[10] Mestemacher, F.: *Grundkurs Technische Mechanik: Statik der Starrkörper, Elastostatik, Dynamik*, Spektrum Akademischer Verlag, 2008

[11] Müller, W. H., Ferber, F.: *Technische Mechanik für Ingenieure*, 5. Auflage, Hanser, 2019

[12] Mahnken, R.: *Lehrbuch der Technischen Mechanik - Band 1: Starrkörperstatik*, 2. Auflage, Springer Vieweg, 2016

[13] Mahnken, R.: *Lehrbuch der Technischen Mechanik - Band 2: Elastostatik*, 2. Auflage, Springer Vieweg, 2019

[14] Mahnken, R.: *Lehrbuch der Technischen Mechanik - Dynamik*, 2. Auflage, Springer Vieweg, 2012

[15] Läpple, V.: *Einführung in die Festigkeitslehre*, 4. Auflage, Springer Vieweg, 2016

[16] Issler, L., Rouß, H., Häfele, P.: *Festigkeitslehre - Grundlagen*, 2. Auflage, Springer, 2003

[17] Franeck, H.: *Starthilfe Technische Mechanik*, Vieweg+Teubner, 1996

[18] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A.: *Technische Mechanik 1 - Statik*, 14. Auflage, Springer Vieweg, 2019

[19] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A.: *Technische Mechanik 2 - Elastostatik*, 13. Auflage, Springer Vieweg, 2017

[20] Gross, D., Hauger, W., Schröder, J., Wall, W. A.: *Technische Mechanik 3 - Kinetik*, 14. Auflage, Springer Vieweg, 2019

[21] Hartmann, S.: *Technische Mechanik*, Wiley-VCH, 2015

[22] Mayr, M.: *Technische Mechanik: Statik - Kinematik - Kinetik - Schwingungen - Festigkeitslehre*, 9. Auflage, Carl Hanser Verlag, 2021

[23] Schumpich, G.: *Technische Mechanik - Statik*, 10. Auflage, Vieweg+Teubner, 2004

[24] Eller, C.: *Holzmann/Meyer/Schumpich Technische Mechanik Kinematik und Kinetik*, 13. Auflage, Springer Vieweg, 2019

[25] Altenbach, H.: *Holzmann/Meyer/Schumpich Technische Mechanik Festigkeitslehre*, 14. Auflage, Springer Vieweg, 2020

[26] Brommundt, E., Sachs, G., Sachau, D.: *Technische Mechanik: Statik-Elastostatik-Kinematik-Kinetik*, 5. Auflage, De Gruyter, 2019

[27] Mathiak, F. U.: *Technische Mechanik 1, Statik mit Maple-Anwendungen*, De Gruyter, 2012

[28] Mathiak, F. U.: *Technische Mechanik 2, Festigkeitslehre mit Maple-Anwendungen*, De Gruyter, 2013

[29] Mathiak, F. U.: *Technische Mechanik 3, Kinematik und Kinetik mit Maple- und MapleSim-Anwendungen*, De Gruyter, 2015

[30] Hibbeler, R. C.: *Technische Mechanik 1 - Statik*, 14. Auflage, Pearson, 2018

[31] Hibbeler, R. C.: *Technische Mechanik 2 - Festigkeitslehre*, 8. Auflage, Pearson, 2013

[32] Hibbeler, R. C.: *Technische Mechanik 3 - Dynamik*, 12. Auflage, Pearson, 2012

[33] Hagedorn, P., Wallaschek, J.: *Technische Mechanik, Band 1: Statik*, 7. Auflage, Europa-Lehrmittel, 2018

[34] Hagedorn, P., Wallaschek, J.: *Technische Mechanik, Band 2: Festigkeitslehre*, 5. Auflage, Europa-Lehrmittel, 2015

[35] Hagedorn, P., Wallaschek, J.: *Technische Mechanik, Band 3: Dynamik*, 5. Auflage, Europa-Lehrmittel, 2016

[36] Bürgel, R.: *Festigkeitslehre und Werkstoffmechanik, Band 1 und Band 2*, Vieweg+Teubner, 2005

[37] Magnus, K., Müller-Slany, H. H.: *Grundlagen der Technischen Mechanik*, 7. Auflage, Vieweg+Teubner Verlag, 2005

[38] Heinzelmann, M., Lippoldt, A.: *Technische Mechanik in Beispielen und Bildern: Statik und Festigkeitslehre*, Spektrum, 2008

[39] Romberg, O., Hinrichts, N.: *Keine Panik vor Mechanik!*, 9. Auflage, Springer Vieweg, 2020

[40] Matthek, C.: *Warum alles kaputt geht - Form und Versagen in Natur und Technik*, Verlag KIT Karlsruhe, 2003

[41] Spura, C.: *Technische Mechanik 1. Stereostatik*, 2. Auflage, Springer Vieweg, 2019

[42] Spura, C.: *Technische Mechanik 2. Elastostatik*, Springer Vieweg, 2019

[43] Richard, H. A., Sander, M.: *Technische Mechanik. Statik*, 5. Auflage, Springer Vieweg, 2016

[44] Richard, H. A., Sander, M.: *Technische Mechanik. Festigkeitslehre*, 2. Auflage, Springer Vieweg, 2008

[45] Richard, H. A., Sander, M.: *Technische Mechanik. Dynamik*, Springer Vieweg, 2008

[46] Böge, A., Böge, W.: *Technische Mechanik: Statik - Reibung - Dynamik - Festigkeitslehre - Fluidmechanik*, 33. Auflage, Springer Vieweg, 2020

[47] Hardtke, H.-J., Heimann, B., Sollmann, H.: *Lehr- und Übungsbuch Technische Mechanik, Band II Kinematik/Kinetik - Systemdynamik - Mechatronik*, Fachbuchverlag Leipzig, 1997

[48] Markert, R.: *Statik und Elastomechanik*, Shaker, 2016

[49] Markert, R.: *Dynamik*, Shaker, 2013

[50] Berger, J.: *Technische Mechanik für Ingenieure, Band 1: Statik*, Vieweg+Teubner Verlag, 1991

[51] Berger, J.: *Technische Mechanik für Ingenieure, Band 2: Festigkeitslehre*, Vieweg+Teubner Verlag, 1994

[52] Berger, J.: *Technische Mechanik für Ingenieure, Band 3: Dynamik*, Vieweg+Teubner Verlag, 1998

[53] Jäger, H., Mastel, R., Knaebel, M.: *Technische Schwingungslehre*, 9. Auflage, Springer Vieweg, 2016

[54] Bruhns, O., Lehmann, T.: *Elemente der Mechanik I, Einführung, Statik*, Vieweg+Teubner Verlag, 1993

[55] Bruhns, O., Lehmann, T.: *Elemente der Mechanik II, Elastostatik*, Vieweg+Teubner Verlag, 1994

[56] Bruhns, O., Lehmann, T.: *Elemente der Mechanik III, Kinetik*, Vieweg+Teubner Verlag, 1994

[57] Kühlhorn, A, Silber, G.: *Technische Mechanik für Ingenieure: Grundlagen für Studium und Praxis*, Hüthig Verlag, 2000